



Funkce, rovnice a jejich užití

Řešení pravoúhlého trojúhelníku goniometrickými funkcemi

Digitální učební materiál

VY_42_inovace_M3_26

24. 2. 2014

Mgr. Pavel Nekvinda

Pracovní list se základními vztahy, zadáním úloh a jejich řešením.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu *Individualizace a inovace výuky*
v rámci OP *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešení pravoúhlého trojúhelníku goniometrickými funkcemi

Pravoúhlý trojúhelník

Z poměrů v pravoúhlém trojúhelníku pro vnitřní úhly a strany plyne:

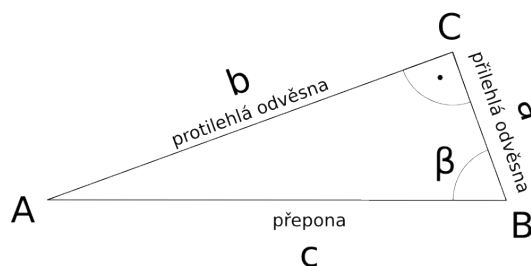
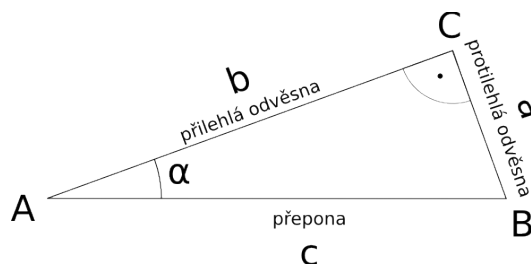
$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \cos \beta$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \sin \beta$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \operatorname{cotg} \beta$$

$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a} = \operatorname{tg} \beta$$



Pro strany pravoúhlého trojúhelníku platí
Pythagorova věta

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Obsah pravoúhlého trojúhelníku

$$S = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} ac \sin \beta = \frac{1}{2} bc \sin \alpha$$

Historická poznámka

Goniometrické funkce ostrého úhlu pravoúhlého trojúhelníku dobře znali a hojně v praxi používali v antickém Řecku již ve druhém století před naším letopočtem. Určovali čas pomocí tyče vrhající stín určité délky, zjišťovali výšku pyramidy porovnáváním délky jejího stínu s délkou stínu, který vrhala vhodná tyč

V patnáctém století byly goniometrické funkce definovány přes pravoúhlé trojúhelníky namísto těživ kružnic. Velké uplatnění v astronomii a kartografii a potřeba stále přesnějších tabulek motivovaly mnohé k hlubším zkoumáním.

Příklad 1

Určete obsah pravoúhlého trojúhelníku ABC , jestliže je dána velikost přepony $c = 24$ m a úhel $\alpha = 70^\circ$.

 $\triangle ABC$

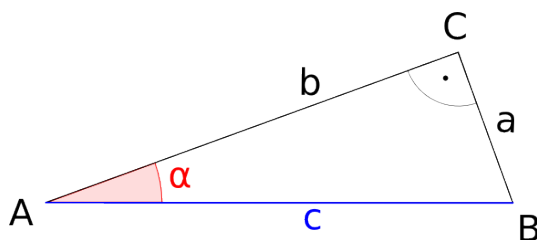
$$S = \frac{1}{2} b c \sin \alpha$$

$$c = 24 \text{ m}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\alpha = 70^\circ$$

$$S = ?$$



$$b = c \cdot \cos \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} b c \sin \alpha = \frac{1}{2} c \cdot \cos \alpha \cdot c \sin \alpha = \frac{1}{2} c^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \cdot 24^2 \sin 70^\circ \cdot \cos 70^\circ = 92,56$$

Obsah pravoúhlého trojúhelníku ABC je $92,56 \text{ m}^2$.

Sbírka

I. Řešte pravouhlý trojúhelník ABC (určete velikosti stran a vnitřních úhlů)

1. $\gamma = 90^\circ; \alpha = 50^\circ 20'; c = 120$

2. $\gamma = 90^\circ; \beta = 42^\circ 40'; c = 8,3$

3. $\gamma = 90^\circ; \alpha = 59^\circ 30'; a = 240$

4. $\gamma = 90^\circ; \beta = 42^\circ 40'; a = 9,4$

5. $\gamma = 90^\circ; \alpha = 37^\circ 10'; b = 172$

6. $\gamma = 90^\circ; \beta = 42^\circ 40'; b = 16,7$

II. Řešte pravoúhlý trojúhelník ABC

1. $\gamma = 90^\circ; S = 224,46 \text{ m}^2; a = 25,8 \text{ m}$

2. $\gamma = 90^\circ; S = 0,14355 \text{ m}^2; \alpha = 35^\circ 20'$

3. $\gamma = 90^\circ; S = 65,379 \text{ m}^2; \alpha = 66^\circ 30'$

III. Jaký je sklon žebříku délky 8,9 m, který je svým horním okrajem opřen o okraj zdi vysoké 8,4 m.

IV. Žebřík 8,5 m dlouhý je umístěn ve studni a svým dolním koncem vzdálen 0,9 m od stěny studně. Horní část žebříku je opřena o stěnu studně. Jak velký úhel svírá žebřík se dnem studně?

V. Průměrný úhel stoupání letadla je $11^{\circ}20'$ a jeho průměrná rychlost je $450 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Jak vysoko letadlo vystoupí za $5,5 \text{ min}^{-1}$.

VI. Jak vysoká je budova, která na vodorovnou dlažbu vrhá stín dlouhý 50,5 m pod úhlem $54^{\circ}21'$.

Literatura

JIRÁSEK, František. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 361 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4955-0.

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť*. 6. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 142 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6042-X.

Registrační číslo	CZ.1.07/1.5.00/34.0577
Šablona	IV/2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol
Tematická oblast	Funkce, rovnice a jejich užití
Název	Řešení pravoúhlého trojúhelníku goniometrickými funkcemi
Číslo DUM	VY_42_inovace_M3_26
Autor	Mgr. Pavel Nekvinda
Ověřeno ve výuce dne	24. 2. 2014
Předmět	Matematika
Ročník	P3
Anotace, klíčová slova, metodický pokyn	Pracovní list se základními vztahy, zadáním úloh a jejich řešením.
Pokud není uvedeno jinak, použitý materiál je z vlastních zdrojů autora.	