



Funkce, rovnice a jejich užití

Funkce absolutní hodnota

Digitální učební materiál

VY_42_inovace_M2_19

10.10. 2013

Mgr. Pavel Nekvinda

Pracovní listy s výkladem, s řešenými modelovými příklady, se zadáním a řešením příkladů k procvičení.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu *Individualizace a inovace výuky*
v rámci OP *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Funkce absolutní hodnota

S pojmem *absolutní hodnota* jsme se již setkali v předchozím studiu. Připomeňme si alespoň základní poznatky a přístupy.

- **Definice absolutní hodnoty**

$$|a| = a \Leftrightarrow a \geq 0$$

$$|a| = -a \Leftrightarrow a < 0$$

- **Absolutní hodnota jako vzdálenost na číselné ose**

$$|x - x_0| = c \text{ „Vzdálenost čísla } x \text{ od čísla } x_0 \text{ je } c \text{ (jednotek).“}$$

Absolutní hodnotu ale můžeme chápat i jako funkci; to znamená, ji lze zadat funkčním předpisem, grafem a tabulkou.

Jednoduchou funkci absolutní hodnota lze zapsat předpisem :

$$f : y = a|x - x_0| + b$$

kde a, b, x_0 jsou reálná čísla a $a \neq 0$.

Graf

Graf jednoduché funkce absolutní hodnota je typický a má tvar písmena V. Graf má jeden význačný bod - **vrchol**, ve kterém má minimum nebo maximum.

Elementární¹ funkce

$$f : y = |x| \quad \text{kde : } a = 1 ; x_0 = 0 ; b = 0$$

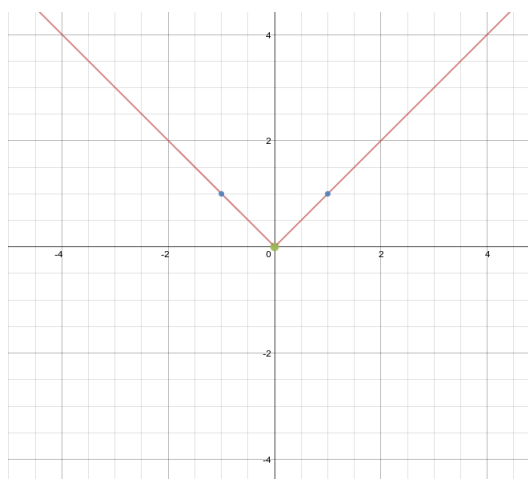
Graf základní „vé“

souřadnice vrcholu V[0;0]

význačné body [1;1]
[-1;1]

„vé“ osově souměrná podle o_y

ramena svírají s osou o_x úhel 45°



Obr. 1: Elementární funkce absolutní hodnota

1 Elementární neboli základní, ta nejjednodušší z daných funkcí

Vlastnosti elementární funkce absolutní hodnota

1. $D(f) = \mathbb{R}$
 $H(f) = \langle 0; \infty \rangle$
2. Není monotónní
3. Je zdola omezená
4. Je sudá
5. Není prostá
6. Je spojitá
7. Má minimum 0 v bodě 0 (vrchol)

Tabulka funkčních hodnot pro některé body elementární kvadratické funkce

					V										
x	-3	-2	-1	-0,5	0	0,1	0,25	0,5	1	2	3	4	5	6	
y	3	2	1	0,5	0	0,1	0,25	0,5	1	2	3	4	5	6	

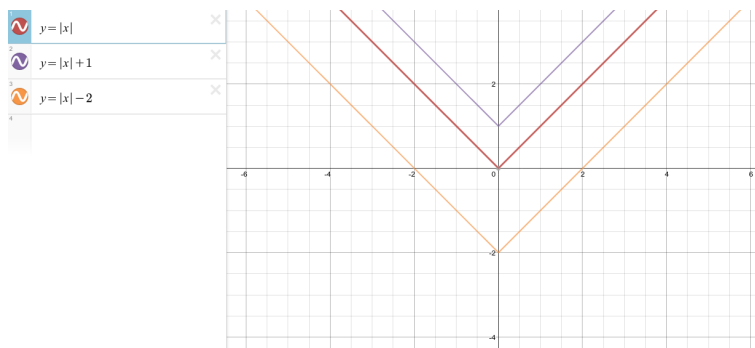
Práce s grafem

Vždy vyjdeme ze tvaru a umístění *základní paraboly*.

- **Posun ve směru osy y**

$$y = |x| + b$$

$$V [0; b]$$

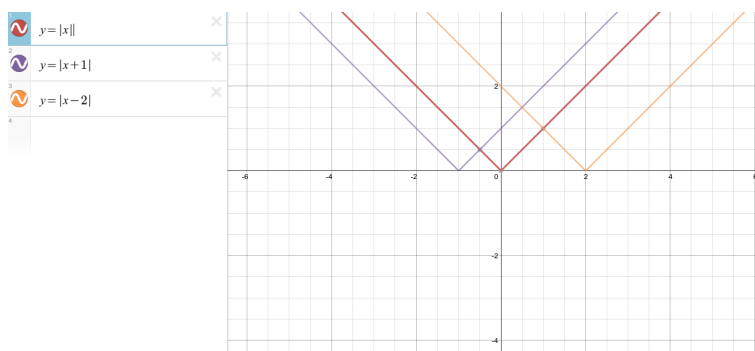


Obr. 2

- **Posun ve směru osy x**

$$y = |x - x_0|$$

$$V [-x_0; 0]$$

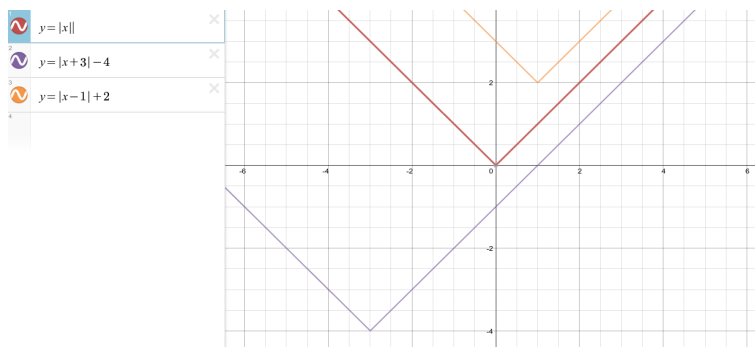


Obr. 3

- **Posun ve směru os x, y**

$$y = |x - x_0| + b$$

$$V [-x_0; b]$$



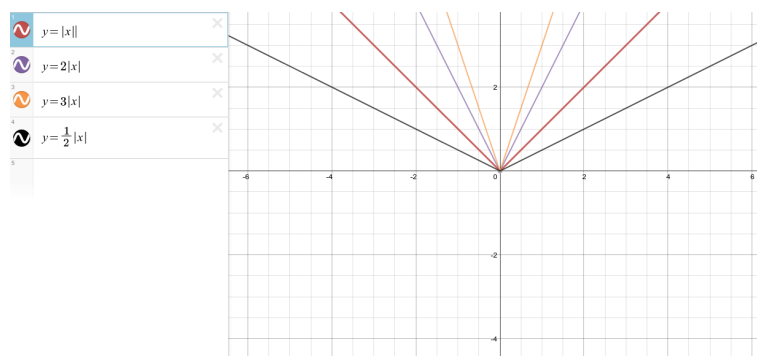
Obr. 4

- **Změna „tvaru“**

$$y = a|x|$$

|a| ... strmost

V [0;0]



Obr. 5

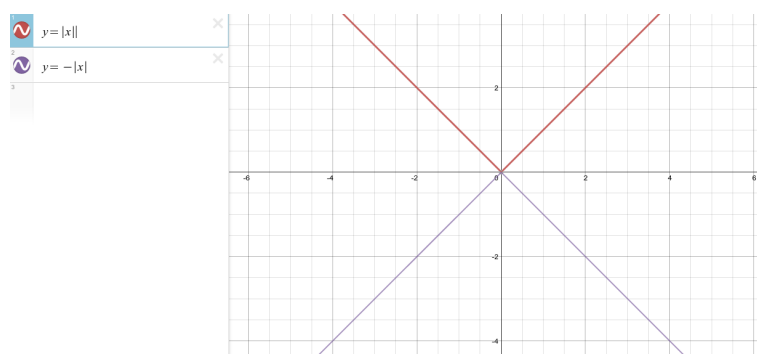
- **Změna „orientace“**

$$y = -|x|$$

a > 0 ... V dole

a < 0 ... V nahoře

V [0;0]



Obr. 6

- **Všecko postupně
nejednou**

Načrtněte graf fce

$$y = -0,5|x - 2| + 3$$

Sledujte sled

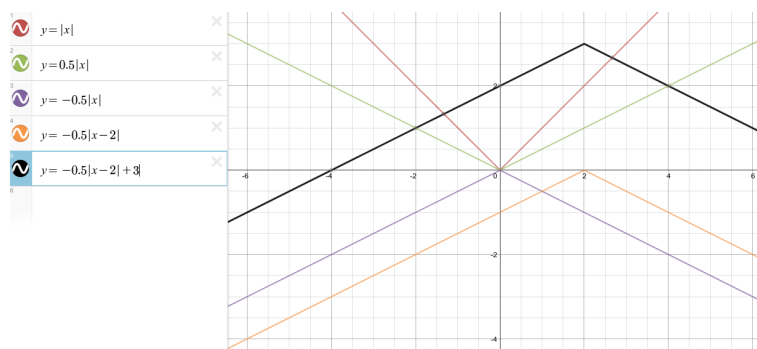
$$y = |x|$$

$$y = 0,5|x|$$

$$y = -0,5|x|$$

$$y = -0,5|x - 2|$$

$$y = -0,5|x - 2| + 3$$



Průsečíky s osami

Pro popis funkce, práci s funkcí a jejím grafem je důležité dokázat určit průsečíky s osami. Tak jako je přímka (lineární útvar - prvního stupně) jednoznačně určena dvěma body, je parabola (kvadratický útvar - druhého stupně) určena alespoň **třemi** body.

- Průsečík s osou o_y lze snadno vyčíst z funkčního předpisu ve tvaru $y = ax^2 + bx + c$ jak je ukázáno v předchozím. Odpovídá koeficientu c .
- Průsečík s osou o_x vždy snadno určit nelze. Pro některé případy - a ty bychom měli být schopni orientačně určit - stačí vyjít ze základních vlastností průběhu. Jak určit průsečíky s osou x obecně si ukážeme při řešení kvadratických rovnic.

SbírkaNačrtněte grafy funkcí s absolutní hodnotou²

a: $y=|x|-3$

b: $y=|x-3|$

c: $y=-3|x|$

d: $y=-\frac{1}{3}|x|$

e: $y=|x|+3$

f: $y=|x+3|$

g: $y=3|x|$

h: $y=\frac{1}{3}|x|$

i: $y=-\frac{1}{3}x^2+3$

j: $y=3x+32-3$

k: $y=-\frac{1}{3}|x-3|+3$

l: $y=-3|x|+3$

m: $y=-2|x|-3$

n: $y=2|x|+3$

o: $y=|x|-2$

p: $y=-|x|+2$

q: $y=|x-2|-9$

r: $y=-|x+3|+4$

s: $y=0,5|x-2|-8$

t: $y=-2|x-3|+8$

u: $y=-|x|-6$

v: $y=-|x-6|$

w: $y=-2|x+12|-10$

x: $y=-0,5|x+2|-6$

2 K ověření správnosti svého řešení použijte webovou aplikaci www.desmos.com

Literatura

JIRÁSEK, František. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 361 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4955-0.

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť*. 6. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 142 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6042-X.

Webová aplikace <https://www.desmos.com/calculator>

Registrační číslo	CZ.1.07/1.5.00/34.0577
Šablona	IV/2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol
Tematická oblast	Funkce, rovnice a jejich užití
Název	Funkce absolutní hodnota
Číslo DUM	VY_42_inovace_M2_19
Autor	Mgr. Pavel Nekvinda
Ověřeno ve výuce dne	10.10. 2013
Předmět	Matematika
Ročník	P2
Anotace, klíčová slova, metodický pokyn	Pracovní listy s výkladem, s řešenými modelovými příklady, se zadáním a řešením příkladů k procvičení.
Pokud není uvedeno jinak, použitý materiál je z vlastních zdrojů autora.	