



Funkce, rovnice a jejich užití

## Mocnné funkce

Digitální učební materiál

VY\_42\_inovace\_M2\_08

24. 04. 2013

Mgr. Pavel Nekvinda

Pracovní list s vysvětlením a grafy jednotlivých typů mocnných funkcí.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu *Individualizace a inovace výuky*  
v rámci OP *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Mocninné funkce

Mocninná funkce je každá funkce, která je zapsaná nebo ji lze zapsat ve tvaru:

$$f: y = P^n(x)$$

kde  $P^n(x)$  je polynom (mnohočlen)  $n$ -tého stupně proměnné  $x$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

Jelikož definice nemusí být každému srozumitelná, uvedme si několik názorných a konkrétních příkladů pro zopakování:

$$P^3(x) = 2x^3 - 5x^2 + 8x + 13 \quad f: y = 2x^3 - 5x^2 + 8x + 13$$

$$P^5(x) = x^5 - 7x - 53 \quad f: y = x^5 - 7x - 53$$

$$P^{73}(x) = 7x^{73} + 15x^{51} + x - 1 \quad f: y = 7x^{73} + 15x^{51} + x - 1$$

Je-li mnohočlen proměnné  $x$   $n$ -tého stupně, musí obsahovat člen  $x^n$  a zbývající členy jsou nižšího stupně než  $n$ .

### S čím jsme se již setkali

S některými z mocninných funkcí jsme se již setkali, ale doposud jsme jim (z dobrých důvodů) neříkali mocninné.

#### Konstantní funkce

$$f: y = a \quad \text{kde } a \in \mathbb{R} \quad P^0(x) = a \cdot x^0$$

Graf: *přímka rovnoběžná s osou  $x$*

#### Lineární funkce

$$f: y = ax + b \quad \text{kde } a, b \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0 \quad P^1(x) = ax^1 + b$$

Graf: *přímka různoběžná s osou  $x$*

#### Přímá úměrnost - speciální případ lineární funkce

$$f: y = ax \quad \text{kde } a \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0 \quad P^1(x) = ax^1$$

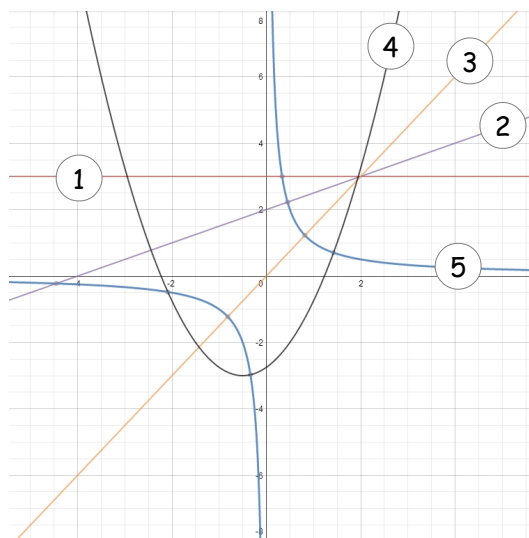
Graf: *přímka různoběžná s osou  $x$  procházející počátkem*

#### Kvadratická funkce

$$f: y = ax^2 + bx + c \quad \text{kde } a, b, c \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0 \quad P^2(x) = ax^2 + bx + c$$

Graf: *parabola (kvadratická, sudá)*

Konstantní funkce	1
Lineární funkce	2
Přímá úměrnost	3
Kvadratická funkce	4
Přímá úměrnost	5



Graf 1

Na základní škole jste se seznámili s nepřímou úměrností  $f: y = \frac{k}{x} = kx^{-1}$  a jejím grafem.

### Nepřímá úměrnost

$$f: y = a x^{-1} \quad \text{kde } a \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0 \quad P^{-1}(x) = a x^{-1}$$

Graf: hyperbola (rovnoosá, lichá)

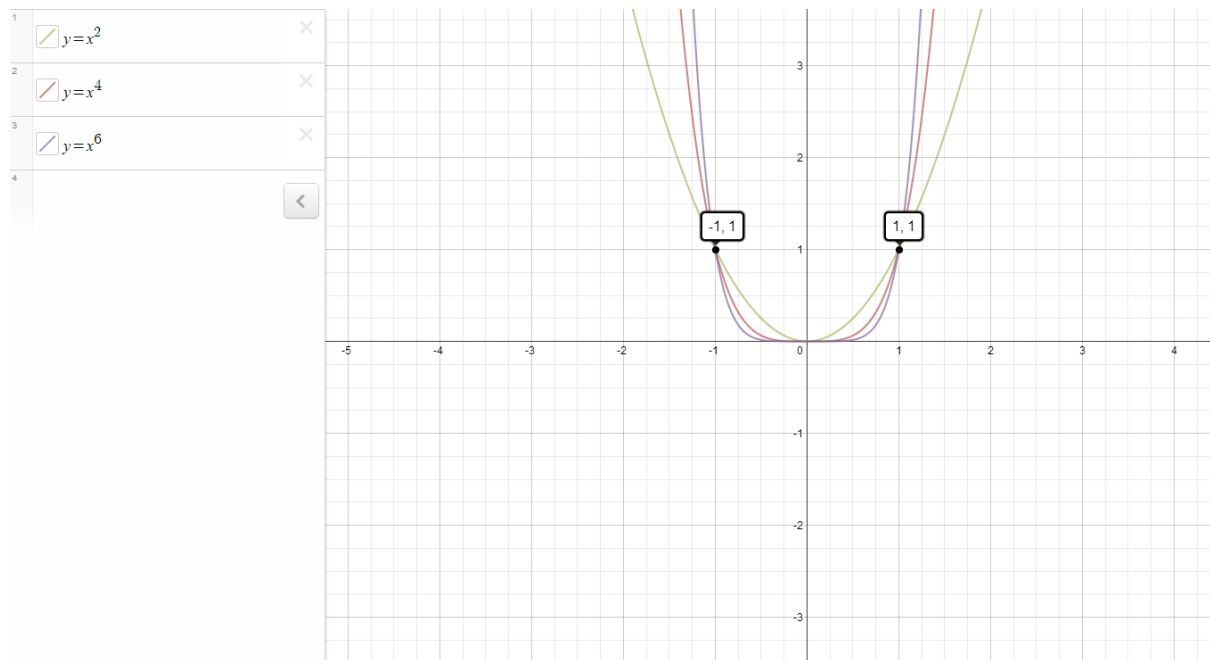
### Dělení mocninných funkcí

Vlastnosti funkcí lze dobře sledovat pomocí jejich grafu. Proto se zaměříme na grafy jednotlivých funkcí.

Mocninné funkce, tedy i jejich grafy, můžeme rozdělit do několika skupin podle exponentu (stupně)  $n$

- 0 nebo 1                      přímka
- kladné (větší než 1)       parabola
  - sudé                            sudá parabola
  - liché                           lichá parabola
- záporné                      hyperbola
  - liché                           lichá hyperbola
  - sudé                            sudá hyperbola

Graf každé funkce vychází z grafu **příslušné elementární funkce**, který „jen“ posunujeme, otáčíme a natahujeme. Prostudujeme tedy grafy elementárních funkcí jednotlivých skupin, barevně vyznačte jednotlivé grafy, případně asymptoty.

**Exponent - kladný sudý**

Graf 2

$$f : y = x^n$$

kde  $n$  je kladné sudé

Parabola (sudá)

Sudá graf je osově souměrný podle osy  $y$ Čím vyšší mocnina, tím strmější průběh pro  $x \in \langle 1; \infty \rangle$ Vždy prochází bodem  $[1;1]$  a  $[0;0]$  a  $[-1;1]$ 

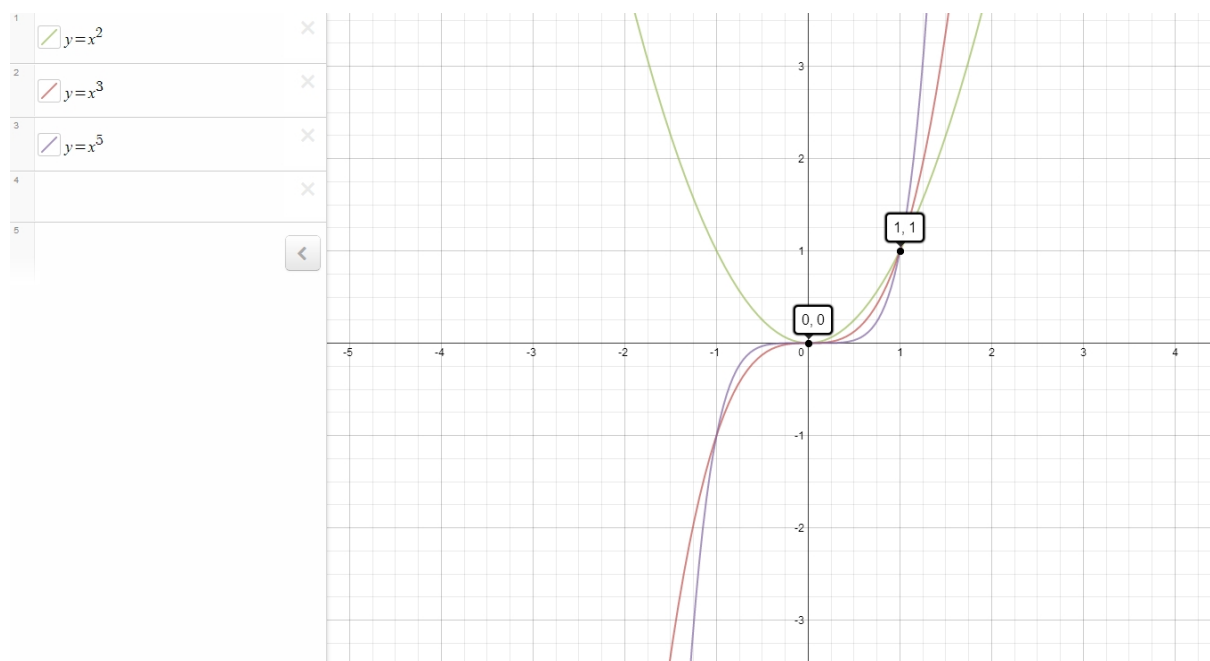
$$D(f) = (-\infty; \infty)$$

$$H(f) = \langle 0; \infty \rangle$$

Význačný bod  $[0;0]$ 

vrchol paraboly

## Exponent - kladný lichý



Graf 3

$$f : y = x^n \quad \text{kde } n \text{ je kladné liché}$$

Parabola (lichá, kubická)

Lichá graf je středově souměrný podle počátku  $O [0;0]$

Čím vyšší mocnina, tím strmější průběh pro  $x \in \langle 1; \infty \rangle$

Vždy prochází bodem  $[1;1]$  a  $[0;0]$  a  $[-1;-1]$

$$D(f) = (-\infty; \infty)$$

$$H(f) = (-\infty; \infty)$$

Význačný bod  $[0;0]$  vrchol kubické paraboly

## Exponent - záporný lichý



Graf 4

$$f : y = x^n \quad \text{kde } n \text{ je kladné liché}$$

Hyperbola (lichá)

Lichá graf je středově souměrný podle počátku  $O [0;0]$ Čím vyšší mocnina, tím strmější průběh pro  $x \in (0; 1)$ Vždy prochází bodem  $[1;1]$  a  $[-1;-1]$ 

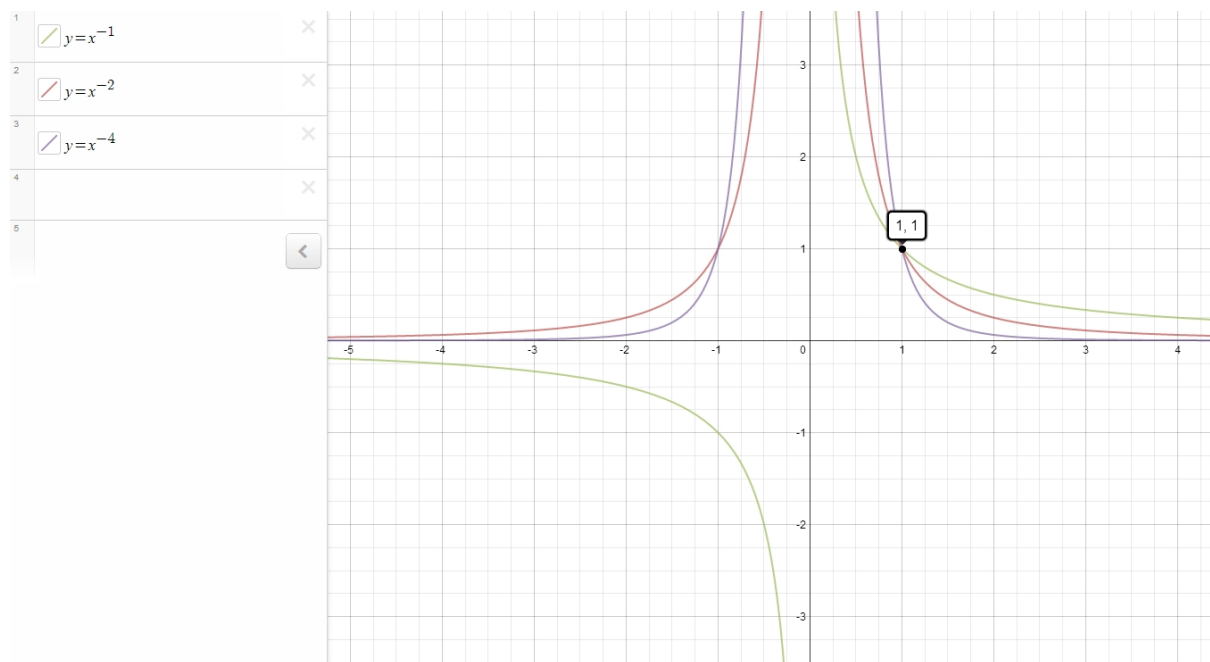
$$D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$$

$$H(f) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$$

Asymptoty<sup>1</sup> v osách  $x$  a  $y$ Význačný bod  $[0;0]$  průsečík asymptot

1 Asymptota je přímka, ke které se graf funkce blíží, ale nikdy se jí nedotkne ani ji neprotne.

## Exponent - záporný sudý



Graf 5

## Hyperbola (sudá)

Sudá graf je osově souměrný podle osy  $y$

Čím vyšší mocnina, tím strmější průběh pro  $x \in (0; 1)$

Vždy prochází bodem  $[1;1]$  a  $[-1;1]$

$$D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$$

$$H(f) = (0; \infty)$$

Asymptoty<sup>2</sup> v osách  $x$  a  $y$

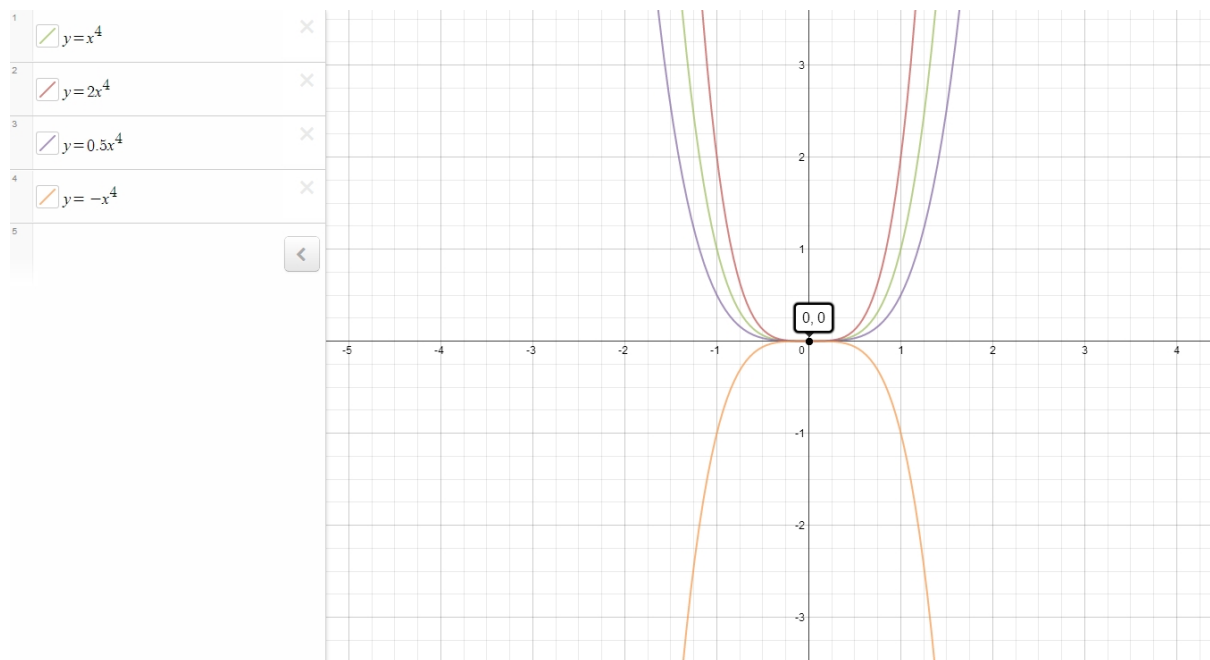
Význačný bod  $[0;0]$  průsečík asymptot

2 Asymptota je přímka, ke které se graf funkce blíží, ale nikdy se jí nedotkne ani ji neprotne.

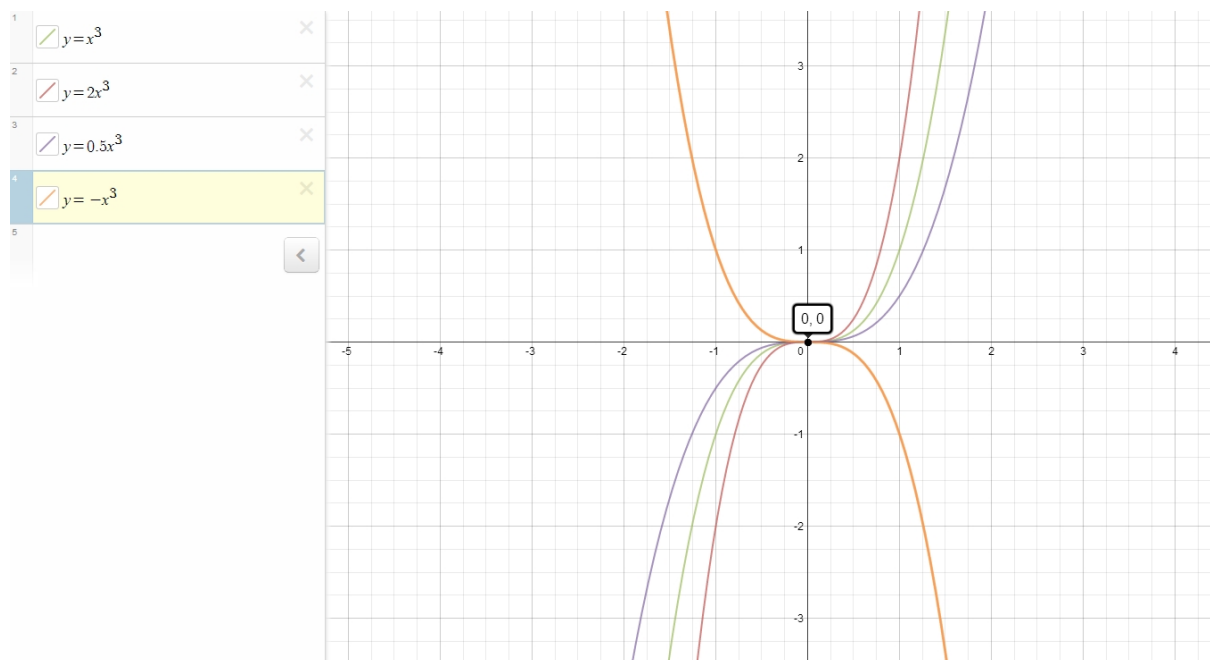
## Práce s grafem

Pomocí webové aplikace (případně jiné) [www.desmos.com/calculator](http://www.desmos.com/calculator) prozkoumáme práci s grafem jednotlivých typů mocninných funkcí.

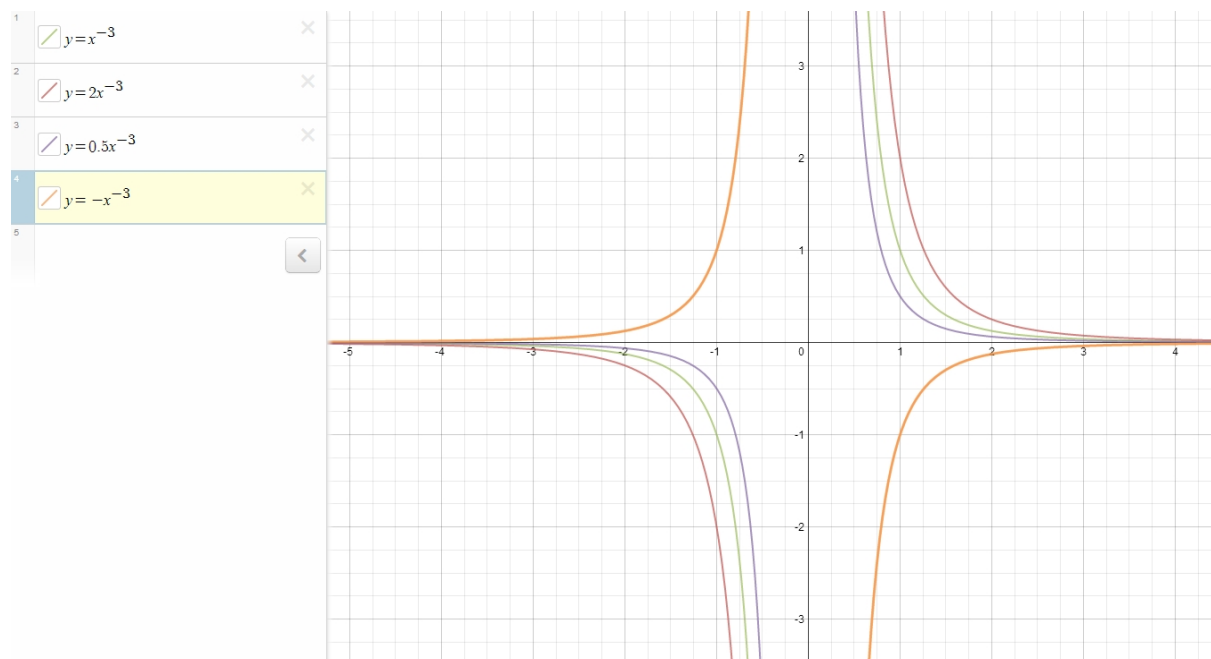
### „Natahování“



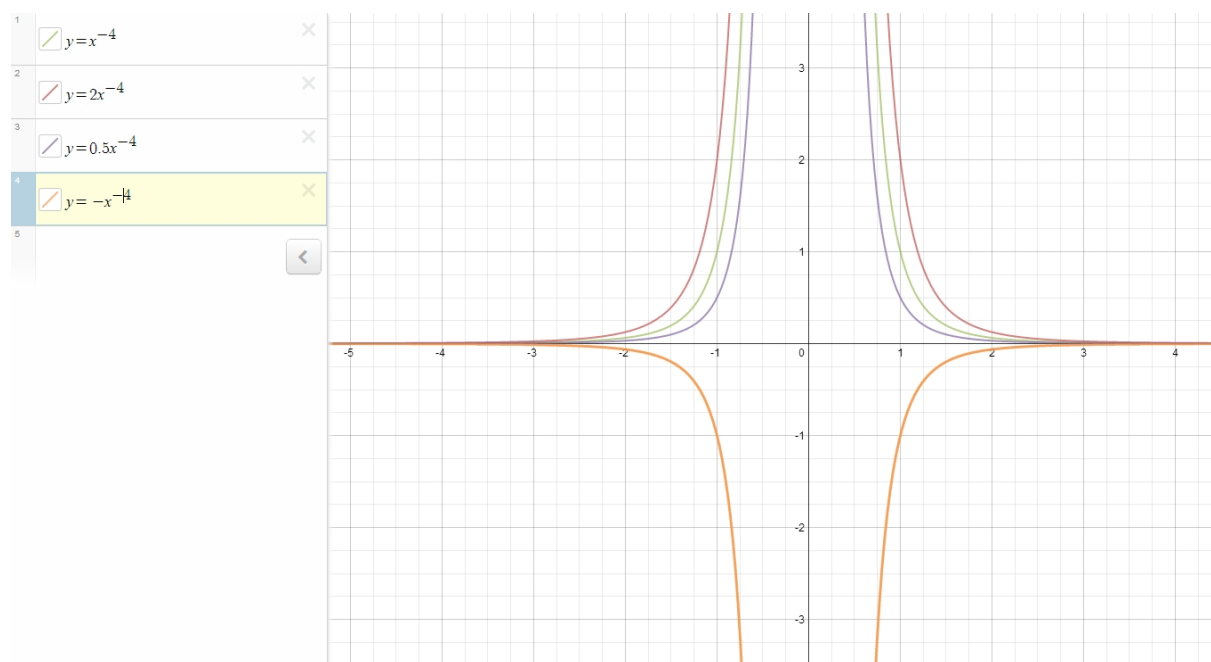
Graf 6



Graf 7

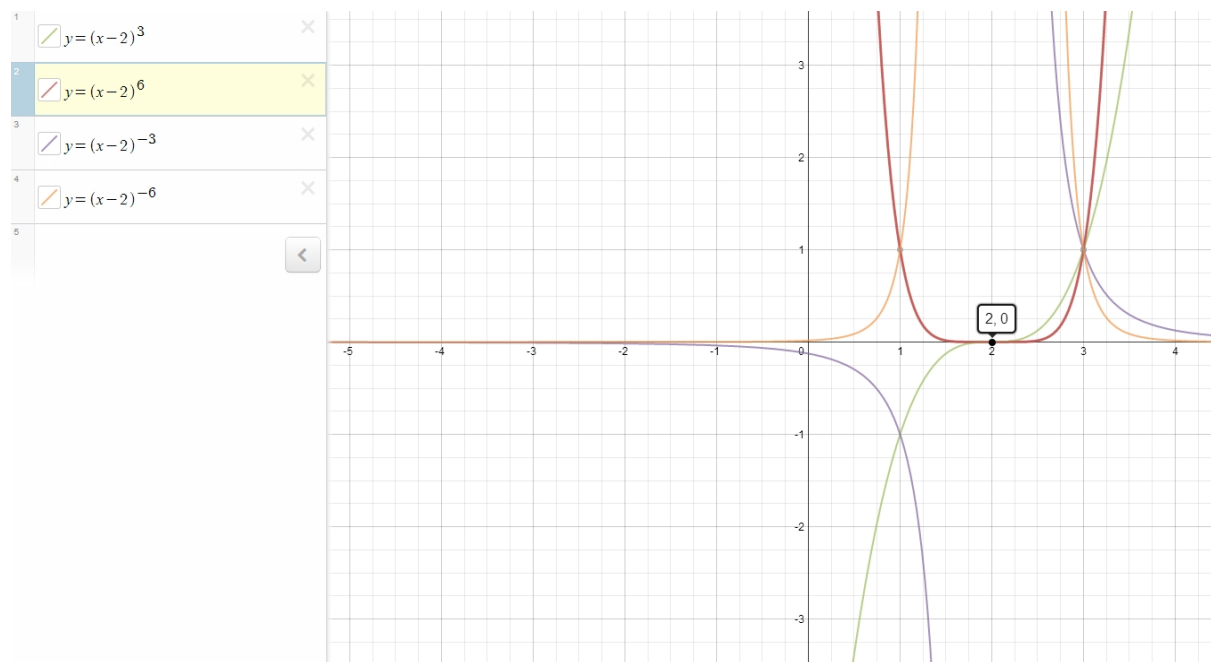


Graf 8

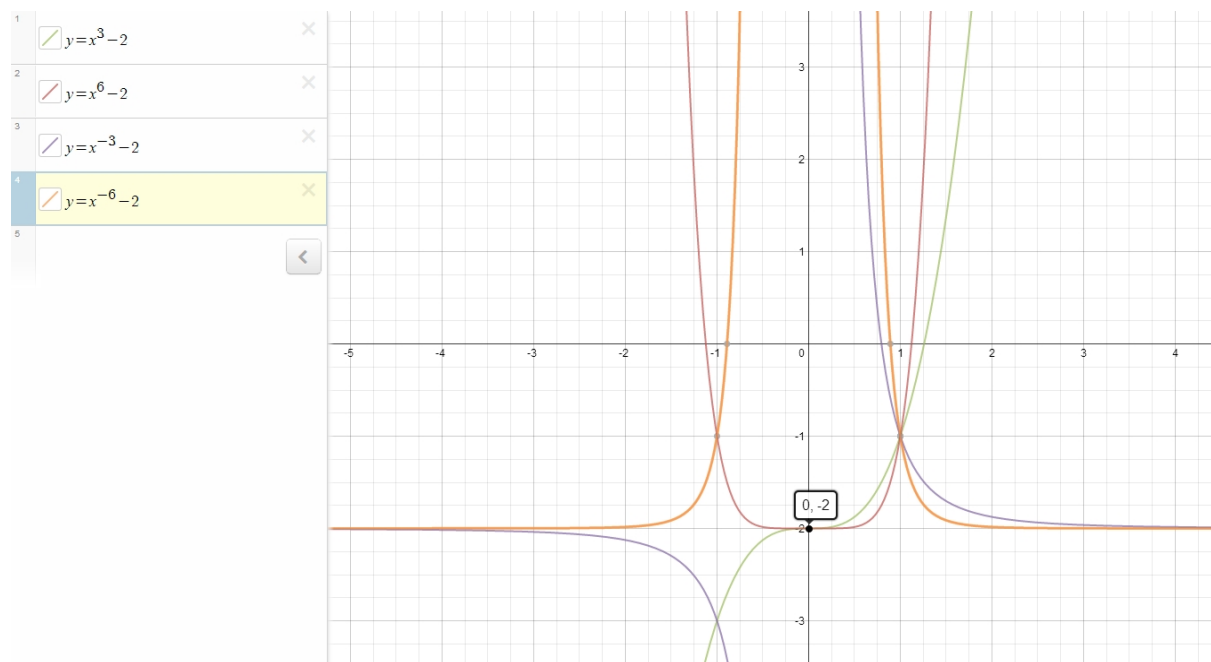


Graf 9

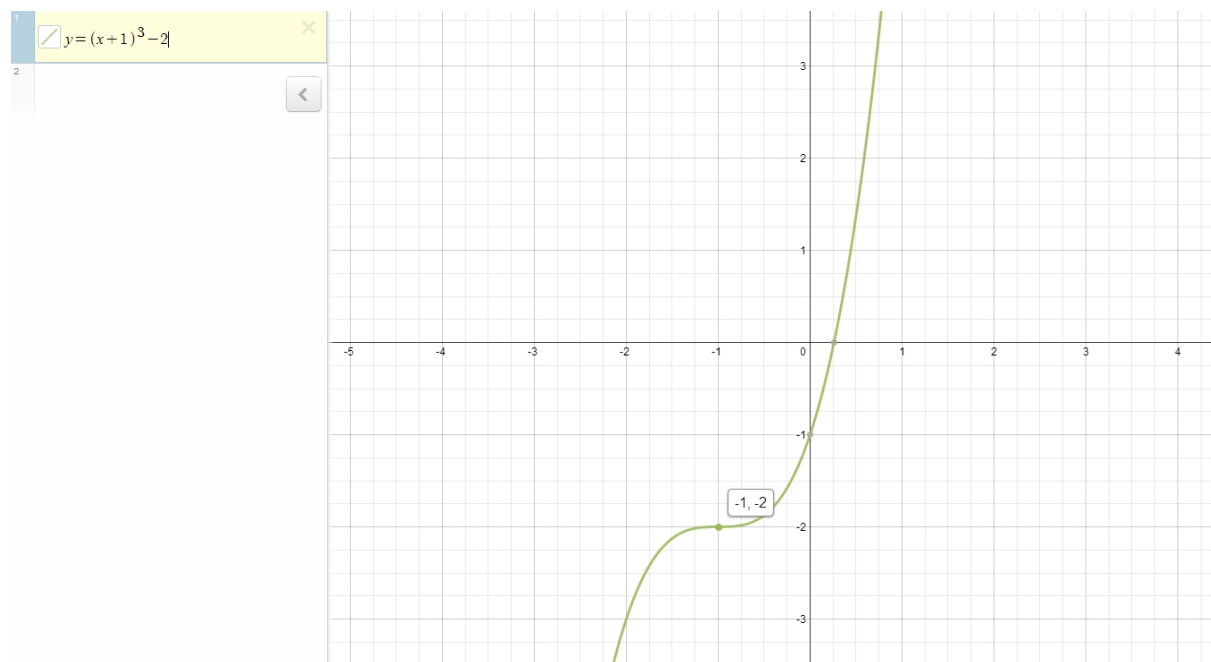
## „Posunování“



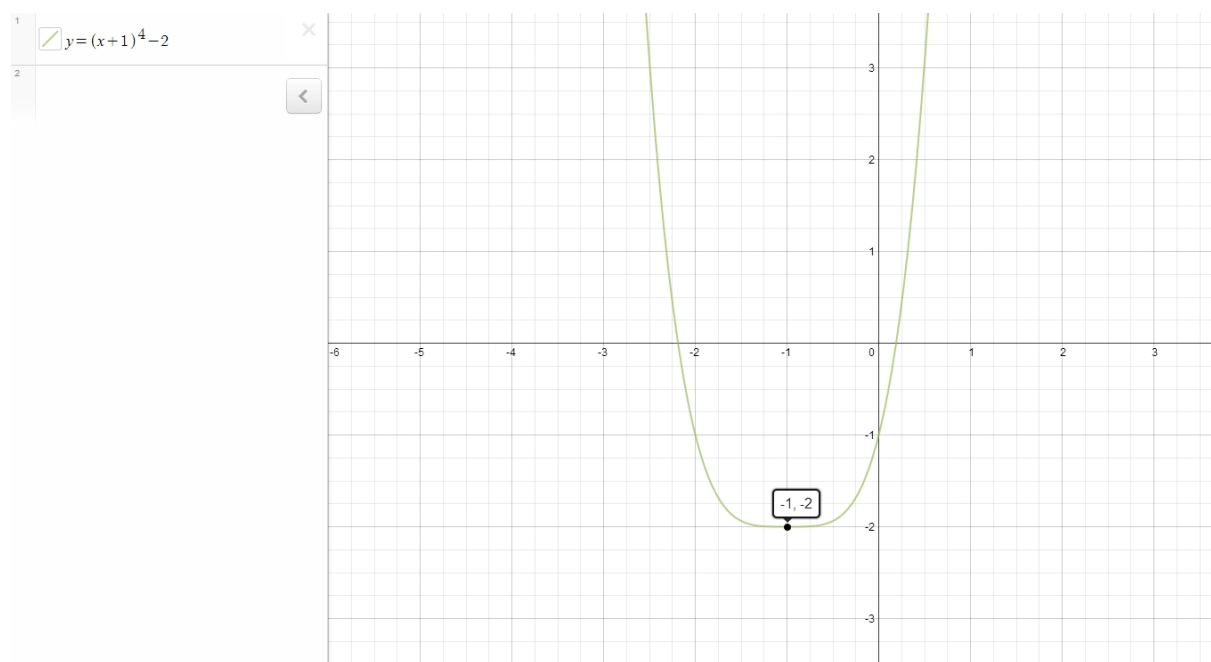
Graf 10



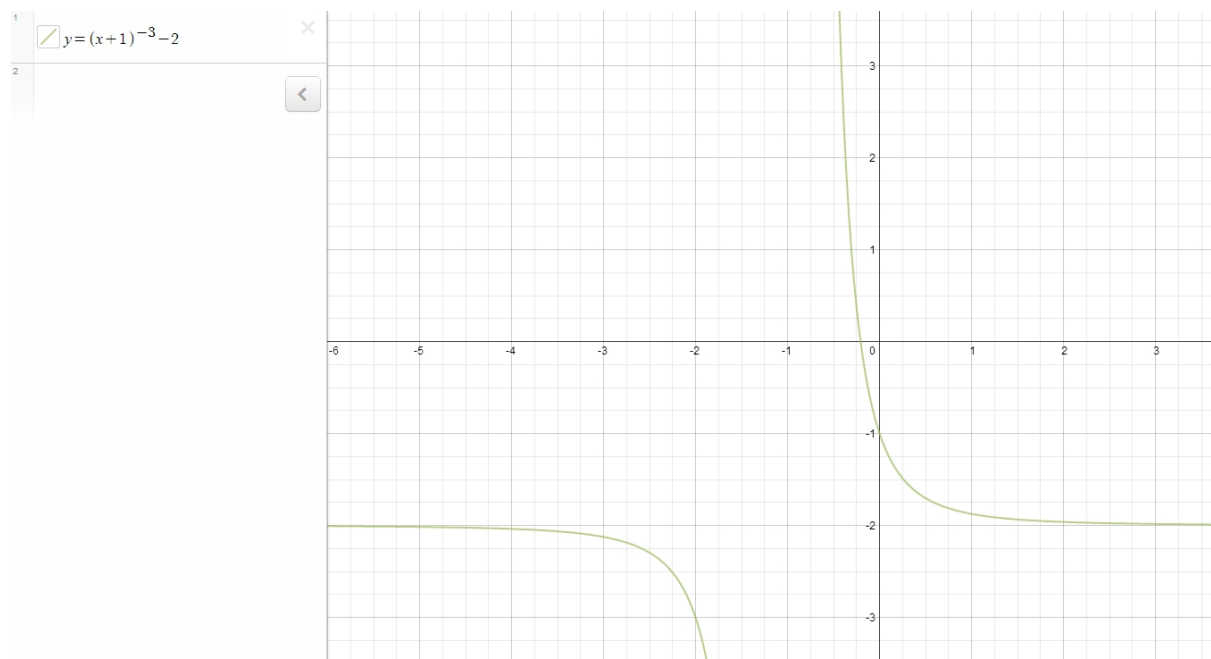
Graf 11



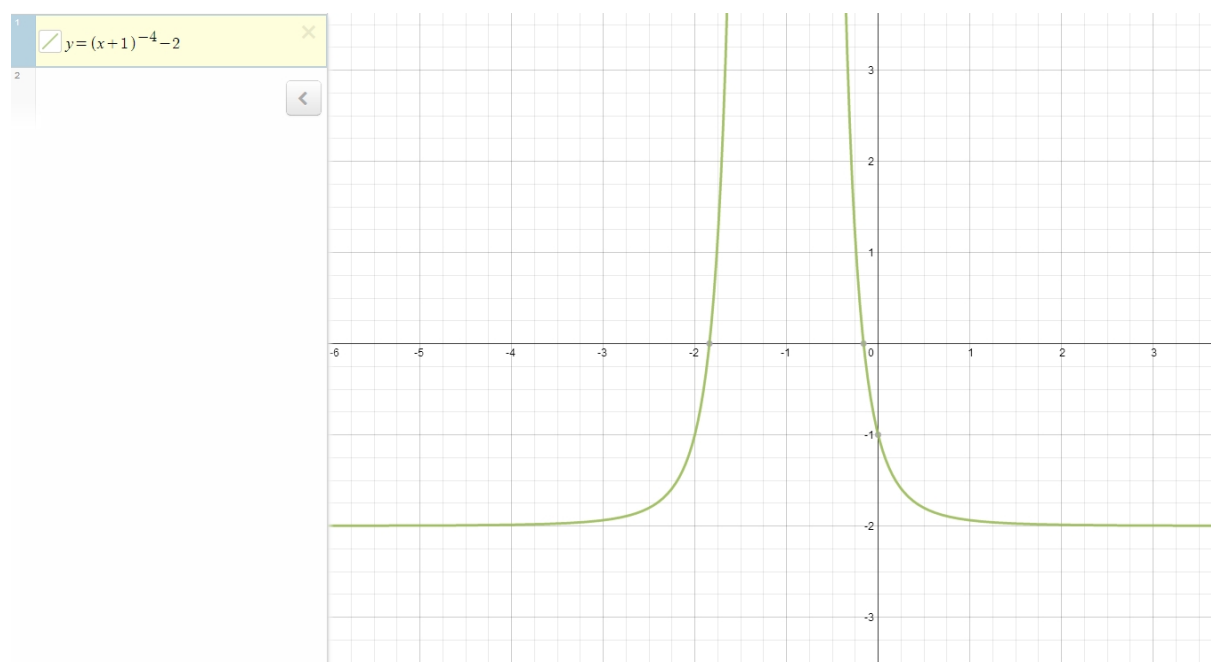
Graf 12



Graf 13



Graf 14



Graf 15

## Literatura

JIRÁSEK, František. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 361 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4955-0.

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť*. 6. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 142 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6042-X.

Webová aplikace <https://www.desmos.com/calculator>

Registrační číslo	CZ.1.07/1.5.00/34.0577
Šablona	IV/2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol
Tematická oblast	Funkce, rovnice a jejich užití
Název	Mocninné funkce
Číslo DUM	VY_42_inovace_M2_08
Autor	Mgr. Pavel Nekvinda
Ověřeno ve výuce dne	24. 04. 2013
Předmět	Matematika
Ročník	P2
Anotace, klíčová slova, metodický pokyn	Pracovní list s vysvětlením a grafy jednotlivých typů mocninných funkcí.
Pokud není uvedeno jinak, použitý materiál je z vlastních zdrojů autora.	