



Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ

Počítání s absolutní hodnotou

Digitální učební materiál

VY_42_inovace_M1_132

13. 06. 2014

Mgr. Pavel Někvinda

Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu *Individualizace a inovace výuky*
v rámci OP *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Počítání s absolutní hodnotou

Znázornění na číselné ose

Příklad 1

Znázorněte na číselné ose a zapište intervalem (jako množinu).

$$\{x \in \mathbb{R} ; |x|=3\}$$

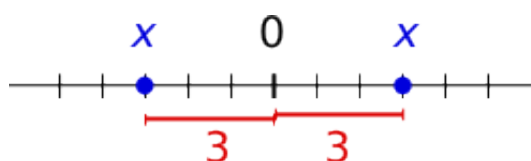
Máme znázornit **množinu** reálných čísel x , která splňují podmínku $|x|=3$. Číslům x odpovídají na číselné ose body a tak lze nahlížet na úlohu i geometricky - absolutní hodnota jako vzdálenost.

Výraz $|x|=3$ lze tedy číst:

Vzdálenost x na číselné ose od 0 jsou 3.

Řešení jsou dvě: $x = -3$ nebo $x = 3$

$$K = \{-3; 3\}$$



Příklad 2

Znázorněte na číselné ose a zapište intervalem (jako množinu).

$$\{x \in \mathbb{R} ; |x+1|=3\}$$

Výraz $|x+1|=3$ lze tedy obdobně číst:

Vzdálenost $x+1$ na číselné ose od 0 jsou 3.

Zřejmě platí: $x+1 = -3$ \vee $x+1 = 3$

a tedy: $x = -4$ \vee $x = 2$

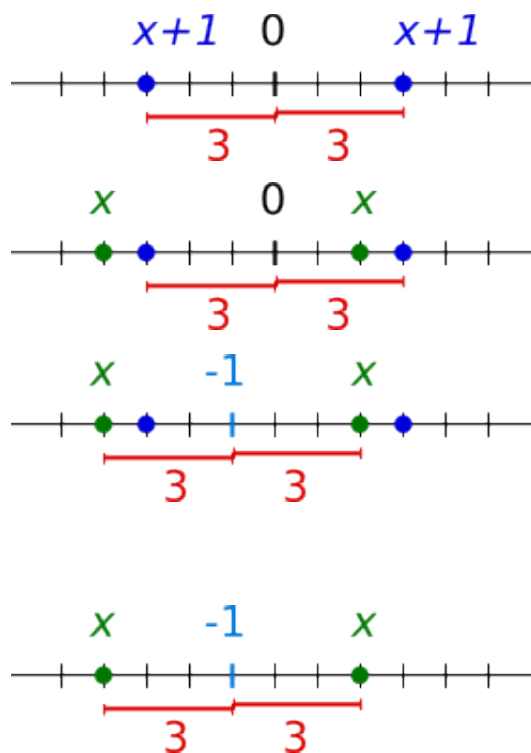
Při troše snahy si povšimneme, že nemusíme obtížně nejprve hledat hodnotu **výrazu** v absolutní hodnotě, ale že hledané číslo x se „pouze“ posunulo a leží zase ve vzdálenosti 3 ale tentokrát ne od 0 ale od čísla -1 .

Výraz $|x - (-1)|=3$ lze tedy obdobně číst:

Vzdálenost x na číselné ose od -1 jsou 3.

Řešení jsou dvě: $x = -4$ \vee $x = 2$

$$K = \{-4; 2\}$$



Příklad 3

Znázorněte na číselné ose a zapište intervalem (jako množinu).

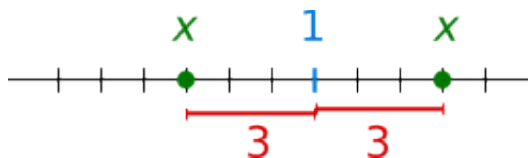
$$\{x \in \mathbb{R} : |x-1|=3\}$$

Výraz $|x - (+1)| = 3$ lze tedy obdobně číst:

Vzdálenost x na číselné ose od $+1$ jsou 3 .

Řešení jsou dvě: $x = -2 \quad \vee \quad x = 4$

$$K = \{-2; 4\}$$



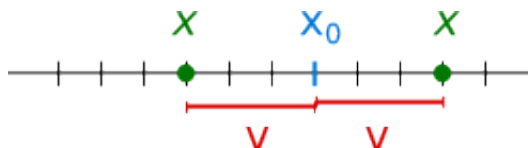
Předchozí můžeme zobecnit a vytvořit si jednoduchý algoritmus (postup) hledání řešení.

Jak přečíst výraz

Výraz $|x - (x_0)| = v$ lze tedy číst:

Vzdálenost x na číselné ose od x_0 je v .

x_0 je opačné číslu k číslu v původním výrazu

**Nulový bod**

x_0 je takzvaný **nulový bod**; pro tuto hodnotu nabývá výraz v absolutní hodnotě hodnotu nula.

Např. $|x-1| \rightarrow x_0 = 1$

$$|x+1| \rightarrow x_0 = -1$$

$$|x-5| \rightarrow x_0 = 5$$

$$|5-x| \rightarrow x_0 = 5$$

$$|3x-6| \rightarrow x_0 = 2$$

Rovnost absolutních hodnot

Dále je třeba si uvědomit, že platí rovnost $|x-x_0| = |x_0-x|$

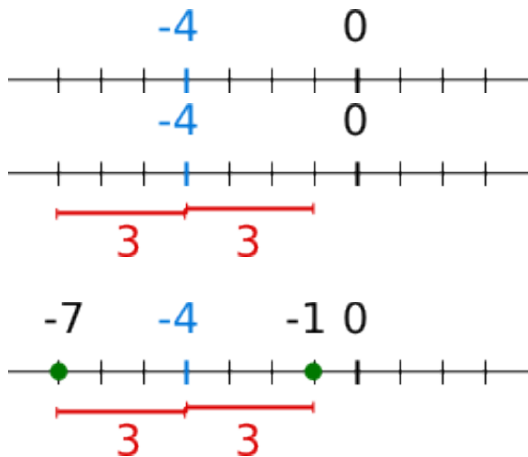
Např. $|x-5| = |5-x|$

Pozor!

Velikost, vzdálenost, absolutní hodnota jsou **vždy** nula nebo kladné

Postup řešení

- $|4+x| = 3$
- Upravíme výraz do tvaru $|x-x_0|$ $|4+x| = |x+4| = |x-(-4)|$
 - Určíme nulový bod x_0 a znázorníme ho na číselné ose $x_0 = -4$
 - Od nulového bodu nanese požadovanou vzdálenost na obě strany
 - Určíme hledanou množinu bodů x
 - Zapišeme řešení
 $K = \{-7; -1\}$

**Příklad 4**

Znázorněte na číselné ose a zapište intervalem (jako množinu).

$$\{x \in \mathbb{R} : |x| < 3\}$$

Máme znázornit **množinu** reálných čísel x , která splňují podmínku $|x| < 3$. Tentokrát je ale charakteristickou vlastností **nerovnost**.

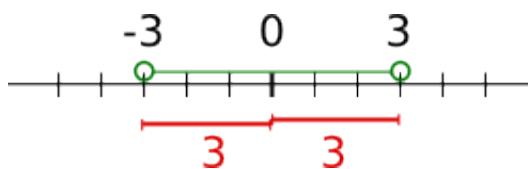
Výraz $|x| < 3$ lze tedy číst:

Vzdálenost x na číselné ose od 0 je menší než 3.

Požadavku vyhovují všechna reálná čísla mezi čísly -3 a 3.

Řešením je interval: $x \in (-3; 3)$

$$K = (-3; 3)$$

**Příklad 5**

Znázorněte na číselné ose a zapište intervalem (jako množinu).

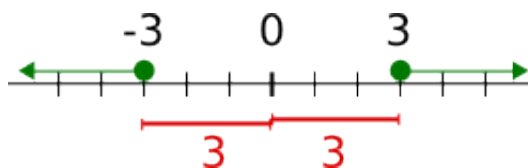
$$\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq 3\}$$

Výraz $|x| \geq 3$ lze tedy číst:

Vzdálenost x na číselné ose od 0 je větší nebo rovna 3.

Řešením je interval: $x \in (-\infty; -3) \cup (3; \infty)$

$$K = (-\infty; -3) \cup (3; \infty)$$



Příklad 6

Znázorněte na číselné ose a zapište intervalem (jako množinu).

$$\{x \in \mathbb{R} : |x-3| > 1\}$$

Vzdálenost x na číselné ose od $+3$ je větší než 1 .

Řešením je interval: $x \in (-\infty; 2) \cup (4; \infty)$

$$K = (-\infty; 2) \cup (4; \infty)$$

**Příklad 7**

Znázorněte na číselné ose a zapište intervalem (jako množinu).

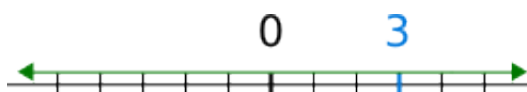
$$\{x \in \mathbb{R} : |x-3| > -1\}$$

Vzdálenost x na číselné ose od $+3$ je větší než -1 .

Každá velikost, vzdálenost, absolutní hodnota je větší než jakékoli záporné číslo.

Řešením je interval: $x \in (-\infty; \infty) = \mathbb{R}$

$$K = (-\infty; \infty) = \mathbb{R}$$

**Příklad 8**

Znázorněte na číselné ose a zapište intervalem (jako množinu).

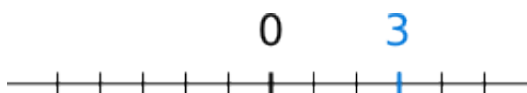
$$\{x \in \mathbb{R} : |x-3| < -1\}$$

Vzdálenost x na číselné ose od $+3$ je větší než -1 .

Žádná velikost, vzdálenost, absolutní hodnota není menší než jakékoli záporné číslo.

Řešení: $x \in \emptyset$

$$K = \emptyset$$

**Příklad 9**

Znázorněte na číselné ose a zapište intervalem (jako množinu).

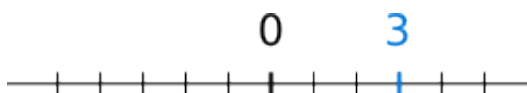
$$\{x \in \mathbb{R} : |x-3| = -1\}$$

Vzdálenost x na číselné ose od $+3$ je -1 .

Žádná velikost, vzdálenost, absolutní hodnota není záporné.

Řešení: $x \in \emptyset$

$$K = \emptyset$$



Řešení užitím definice absolutní hodnoty

Pro řešení těchto úloh, řešení rovnic a nerovnic s absolutní hodnotou a úpravu výrazů s absolutní hodnotou lze samozřejmě využít i definici absolutní hodnoty.

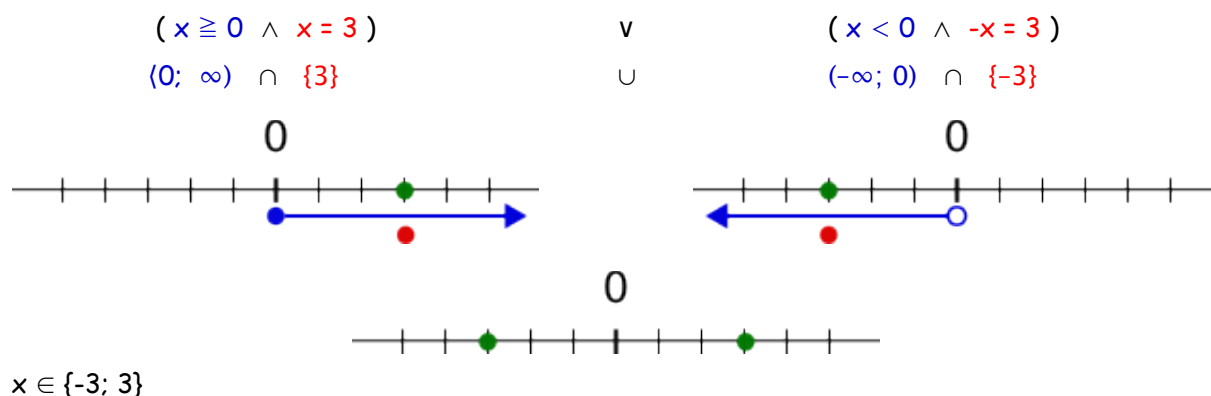
Příklad 10

Řešte rovnici $|x| = 3$

Podle definice mohou nastat za určitých podmínek dvě možnosti:

Jestliže $x \geq 0$, pak $|x| = x$ a tedy $x = 3$, nebo, jestliže $x < 0$, pak $|x| = -x$ a tedy $-x = 3$.

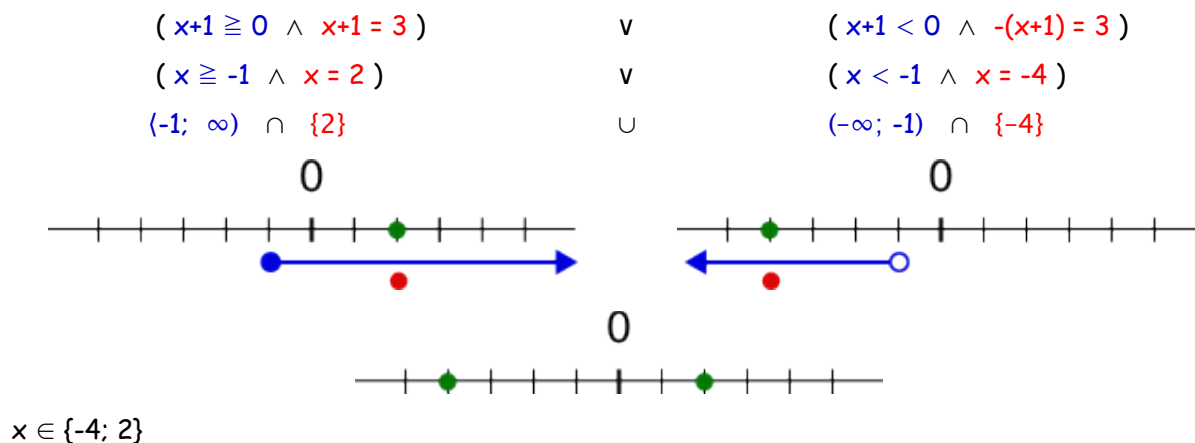
Takový zápis je poněkud nepřehledný a proto používáme matematickou symboliku a znázornění na číselné ose.



Příklad 11

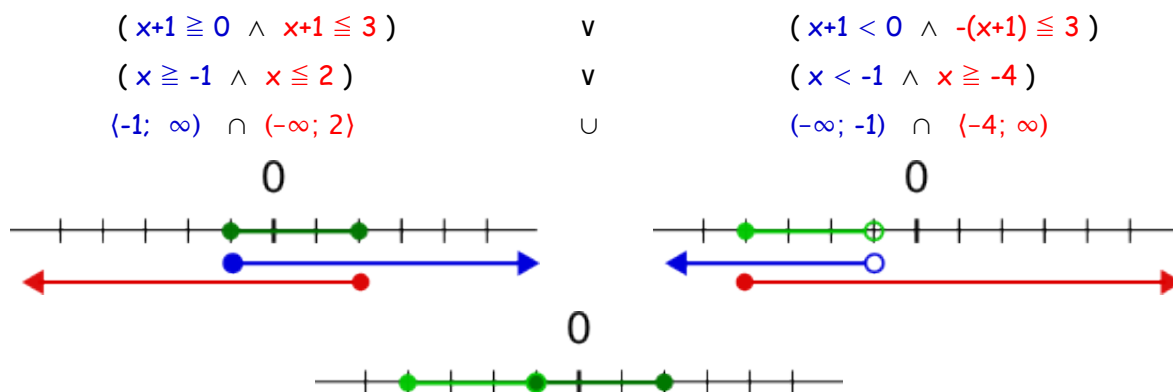
Řešte rovnici $|x+1| = 3$

Jestliže $x+1 \geq 0$, pak $|x+1| = x+1$ a tedy $x+1 = 3$, nebo, jestliže $x+1 < 0$, pak $|x+1| = -(x+1)$ a tedy $-(x+1) = 3$.



Příklad 12Řešte rovnici $|x+1| \leq 3$

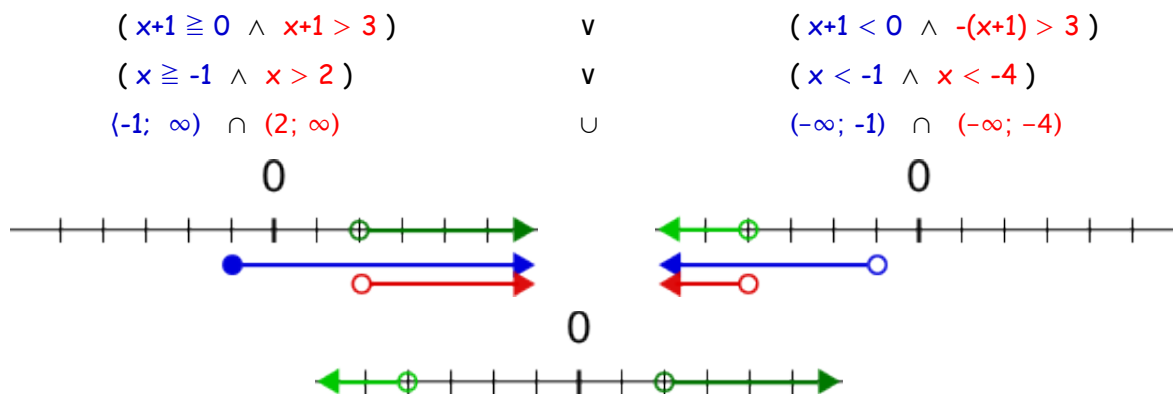
Jestliže $x+1 \geq 0$, pak $|x+1| = x+1$ a tedy $x+1 \leq 3$, nebo, jestliže $x+1 < 0$, pak $|x+1| = -(x+1)$ a tedy $-(x+1) \leq 3$.



$$x \in (-4; 2)$$

Příklad 13Řešte rovnici $|x+1| > 3$

Jestliže $x+1 \geq 0$, pak $|x+1| = x+1$ a tedy $x+1 > 3$, nebo, jestliže $x+1 < 0$, pak $|x+1| = -(x+1)$ a tedy $-(x+1) > 3$.



$$x \in (-\infty; -4) \cup (2; \infty)$$

Cvičení

1. Znázorněte na číselné ose a zapište intervalem.

a) $\{x \in \mathbb{R}; |x + 1| = 3\}$

b) $\{x \in \mathbb{R}; |x + 2| < 5\}$

c) $\{x \in \mathbb{R}; |x| \geq 2\}$

d) $\{x \in \mathbb{R}; |x + 2| \leq 3\}$

e) $\{x \in \mathbb{R}; |x - 2| > 3\}$

f) $\{x \in \mathbb{R}; |x + 13| < 7\}$

g) $\{x \in \mathbb{R}; |x + 7| < 13\}$

h) $\{x \in \mathbb{R}; |x - 13| \geq 7\}$

i) $\{x \in \mathbb{R}; |x - 7| \geq 13\}$

j) $\{x \in \mathbb{R}; |x + 56| > 56\}$

2. Řešte rovnice a nerovnice

a) $|x| \geq 4$

b) $|x - 2| \leq 3$

c) $|2x - 6| \leq -3$

d) $|2 - x| > 5$

e) $|x + 2| < -3$

f) $|x - 2| = 0$

g) $|2x + 6| = 3$

h) $|2x + 6| > 3$

i) $|2x - 6| \leq 3$

j) $|2x - 6| = -3$

Řešení

1.

- a) $\{-4; 2\}$
- b) $(-7; 3)$
- c) $(-\infty; 2) \cup (2; \infty)$
- d) $(-5; 1)$
- e) $(-\infty; -1) \cup (5; \infty)$
- f) $(-20; -6)$
- g) $(-20; 4)$
- h) $(-\infty; 6) \cup (20; \infty)$
- i) $(-\infty; -6) \cup (20; \infty)$
- j) $(-\infty; -112) \cup (0; \infty)$

2.

- a) $(-\infty; -4) \cup (4; \infty)$
- b) $(-1; 5)$
- c) \emptyset
- d) $|2 - x| > 5$
- e) \emptyset
- f) $\{2\}$
- g) $\{-4,5; -1,5\}$
- h) $(-\infty; -4,5) \cup (-1,5; \infty)$
- i) $(1,5; 4,5)$
- j) \emptyset

Literatura

JIRÁSEK, František. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 361 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4955-0.

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť*. 6. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 142 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6042-X.

Registrační číslo	CZ.1.07/1.5.00/34.0577
Šablona	IV/2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol
Tematická oblast	Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ
Název	Počítání s absolutní hodnotou
Číslo DUM	VY_42_inovace_M1_132
Autor	Mgr. Pavel Nekvinda
Ověřeno ve výuce dne	13. 06. 2014
Předmět	Matematika
Ročník	P1
Anotace, klíčová slova, metodický pokyn	Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením.
Pokud není uvedeno jinak, použitý materiál je z vlastních zdrojů autora.	