



Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ

Logické spojky

Digitální učební materiál

VY_42_inovace_M1_128

16. 05. 2014

Mgr. Pavel Nekvinda

Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu *Individualizace a inovace výuky*
v rámci OP *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Logické spojky

Matematika je výrok vedle výroku. Izolované výroky jsou zpravidla velmi vzácné. Mezi jednotlivými výroky panují různé vztahy, jednotlivé výroky se skládají do složitějších apod. Ted' si asi zcela nerozumíme. Proto bude nejlepší začít od začátku.

Výrok

A

Co je to výrok? Slovo výrok může mít různé významy. Výrokem běžně ve společnosti rozumíme nějaké vyřčené tvrzení, které je z nějakého důvodu významově podstatné, obecně známé, proslavené, či jinak vyniká mezi ostatními vyřčenými větami. Právo pod výrokem rozumí část soudního rozhodnutí. Logika a matematika slovem výrok rozumí tvrzení, u kterého má smysl otázka, zda je pravdivé či ne.

Výrok je tvrzení, o jehož pravdivosti má smysl uvažovat.

Příklad 1

Je to výrok

Dnes je pondělí.

$$1 + 1 = 3$$

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

Není to výrok

Modré pondělí.

$$1 + 1$$

$$(A - B)^2$$

Pro jednoduchost budeme výroky označovat velkými písmeny např. *A* nebo *B*.

Výrok může nabývat **pouze jednu** ze dvou pravdivostních hodnot. Bud' je pravdivý nebo nepravdivý. To vyjadřujeme pravdivostní hodnotou výroku, kterou značíme různými způsoby.

pravda	x	nepravda
P	x	N
True	x	False
ano	x	ne
yes	x	no
Y	x	N
1	x	0

Typy výroků

Z hlediska pravdivosti můžeme výroky rozdělit a pojmenovat

Tautologie	Vždy pravdivý výrok	„Je to takové, jaké to je.” $0 = 0$
Kontradikce¹	Vždy nepravdivý výrok	„Sójové maso (Sója je maso)” $0 = 1$
Hypotéza	Výrok, jehož pravdivost (nepravdivost) není (zatím) prokázána	„Na Marsu žijí zelení mužíčkové”
Axiom²	Výrok, který pokládáme za pravdivý	„Bůh je.” „Bůh není.” „Součet vnitřních úhlů trojúhelníku je přímý úhel (180°).”

Složený výrok

Z jednoduchých (elementárních) výroků lze skládat *složené výroky* pomocí logických spojek a operátorů - obdobně jako z holých vět skládáme souvětí.

„Nebude pršet.” * „Nemoknem.” \implies „Nebude-li pršet, nemoknem.”

„ $x > 3$ ” + „ $x < 7$ ” \rightarrow „ $3 < x < 7$ ”

Co si máme představit pod znakem „*” v předchozích příkladech? Spojky a operátory běžně používáme v řeči, v jazyku. Jelikož slovní vyjádření nemusí být přehledná, zavedla matematika a logika značky, které jsou přehledné, nezaměnitelné a přesně definované.

Základní logické spojky a operátory

Negace

Konjunkce

Disjunkce

Implikace

1 Kontradikce - protimluv

2 Axiom - postulát

Negace „ne...“

 $\neg A$ non A A'

Negace bývá mylně zaměňována s opakem. Opak běžně používáme v jazyce a odborně jej nazýváme *antonymum* nebo též *opozitum*. Opakem bílé je černá.

Negace je zápor, popření, odmítnutí. **Negací bílé je nebílá**, což může být černá, ale i červená, modrá, zelená, žlutá ...

Negace je logická operace, která přiřazuje negovanému výrazu opačnou pravdivostní hodnotu, než kterou má původní výrok.

Zákon vyloučení třetího (Tertium non datur³)

Pro každý výrok platí, že vždy nastane jedna z možností

- Je-li výrok pravdivý, je jeho negace nepravdivá
- Je-li výrok nepravdivý, je jeho negace pravdivá

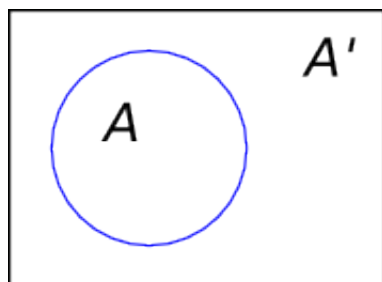
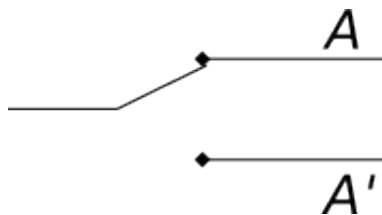
$$\neg(\neg A) = A$$

Pravdivostní hodnoty

A	$\neg A$
1	0
0	1

Množinové znázornění

Logické operaci *negace* odpovídá množinová operace *doplňěk*.

**Logické obvody (vypínače)**

3 *Tertium non datur* (latinsky) - *Třetí není dáno*; Název zákona zhruba vyjadřuje fakt, že příslušné tvrzení je buď pravdivé, nebo nepravdivé, neexistuje žádná třetí možnost.

Konjunkce⁴ „a“ „a zároveň“ $A \wedge B$

Pro zápis v programových kódech se používá zápis $A \text{ AND } B$ nebo $A \& B$.

Konjunkce je pravdivá, jsou-li všechny (oba) výroky současně pravdivé.

„Nebude pršet.“ \wedge „Nezmoknem.“ \implies „Nebude pršet a nezmoknem.“

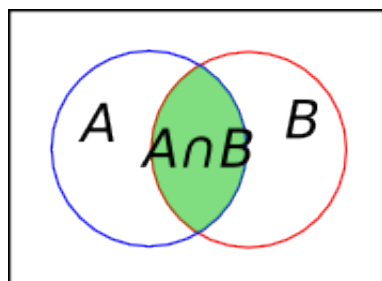
$$\{x \in \mathbb{N}; x > 3 \wedge x < 7\} = \{4; 5; 6\}$$

Pravdivostní hodnoty

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Množinové znázornění

Logické operaci *konjunkce* odpovídá množinová operace *průnik*.



Logické obvody (vypínače)



⁴ *Konjunkce* (z latiny) - *spojení*

Slovo *konjunkce* se používá v astronomii (konjunkce planet - planety jsou na obloze v blízkém postavení), v lingvistice (spojky), v matematice a logice.

Disjunkce⁵ „nebo“

A v B

Pro zápis v programových kódech se používá zápis $A \text{ Or } B$ nebo $A // B$.

Disjunkce je pravdivá, je-li alespoň jeden výrok pravdivý.

„Nebude pršet.“ v „Nezmoknem.“ \implies „Nebude pršet nebo nezmoknem.“

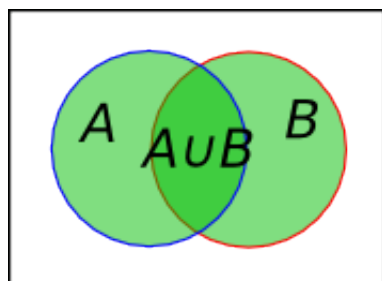
$\{x \in \mathbb{N}; x < 3 \vee x > 7\} = \{1; 2; 8; 9; 10 \dots\}$

Pravdivostní hodnoty

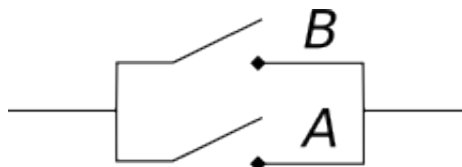
A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Množinové znázornění

Logické operaci *disjunkce* odpovídá množinová operace *sjednocení*.



Logické obvody (vypínače)



5 *Disjunkce* (z latiny) - odloučení, rozdělení, odloučené oblasti, sloučení oblastí

Implikace⁶ „Jestliže ... , pak ...“

 $A \rightarrow B$

Pro zápis v programových kódech se používá zápis *If A Then B*.

Implikace skládá ze dvou částí

- podmínka, předpoklad, premisa
- závěr

Jestliže A

pak B.

Implikace je nepravdivá, jestliže byla splněna podmínka, ale závěr nenastal.

„Nebude pršet.“ \rightarrow „Nezmoknem.“ \Rightarrow „Nebude-li pršet, nezmoknem.“

\Rightarrow „Jestliže nebude pršet, pak nezmoknem.“

Matematické věty jsou implikace. Např. Pythagorova věta: „Jestliže je trojúhelník pravouhlý, je obsah čtverce nad přeponou roven součtu obsahů čtverců nad odvěsnami.“

Pravdivostní hodnoty

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

⁶ *Implicatio* (z latiny) - *propletení, zahrnutí*
Implikace - vyplývání, implikovat - vyplývat

Literatura

JIRÁSEK, František. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 361 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4955-0.

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť*. 6. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 142 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6042-X.

Registrační číslo	CZ.1.07/1.5.00/34.0577
Šablona	IV/2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol
Tematická oblast	Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ
Název	Logické spojky
Číslo DUM	VY_42_inovace_M1_128
Autor	Mgr. Pavel Nekvinda
Ověřeno ve výuce dne	16. 05. 2014
Předmět	Matematika
Ročník	P1
Anotace, klíčová slova, metodický pokyn	Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením.
Pokud není uvedeno jinak, použitý materiál je z vlastních zdrojů autora.	