



Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ

Usměrnění zlomku

Digitální učební materiál

VY_42_inovace_M1_125

24. 04. 2014

Mgr. Pavel Někvinda

Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením. Je možno využít i jako pracovní listy.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu *Individualizace a inovace výuky*
v rámci OP *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Usměrnění zlomku

Oč jde

Aby se matematici snadno a rychle domluvili, je třeba, jak už dávno dobře víme, zapisovat čísla ve „slušném“ tvaru. Také dobře víme, že dělit něco, např. úsečku - ta může představovat i číslo na číselné ose, na určitý počet dílů není obtížné - proto jiř stří Řekové vymysleli racionální čísla, tj. zlomky a poměry.

Dělit **přesně** iracionálním číslem (má neukončený a neperiodický desetinný rozvoj) je ale nad lidské možnosti. To je úkol hodný kalkulačky, která ale stejně vždy pracuje jen s určitou (i když zpravidla zcela dostatečnou) přesností.

Proto se snažíme zapisovat čísla tak, aby v jejich jmenovateli nebylo iracionální číslo, resp. odmocnina.

Usměrnit zlomek znamená zapsat ho tak, aby ve jmenovateli nebyla žádná odmocnina.

Jak na to

Zpravidla zlomek s odmocninou ve jmenovateli **vhodně** rozšíříme tak, aby ve jmenovateli bylo celé číslo. To se samozřejmě lehce poví, ale jak to zaonačit tak, aby to bylo dobře bývá někdy oříšek. K rozlousknutí budeme potřebovat špetku matematického důvtipu, jelikož neexistuje jakýsi bezmyšlenkovitý algoritmus, který by řešil všechny případy. **Vždy je nutné myslet kousek dopředu!**

Za dobrou zprávu lze považovat to, že celý problém rozdělíme do několika základních typů, u kterých si ukážeme způsoby řešení.

Příklad 1

vhodně rozšířit

Usměrněte $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Využili jsme znalostí počítání s odmocninami: $(\sqrt{a})^2 = a$

Příklad 2**vhodně rozšířit**Usměrňte $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{5}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{5} = \frac{\sqrt[3]{25}}{5}$$

Využili jsme znalostí počítání s odmocninami: $(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n} = a$ **Příklad 3****vhodně rozšířit**Usměrňte $\frac{1}{\sqrt[3]{25}}$.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{25}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{5}$$

Využili jsme znalostí počítání s odmocninami: $(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n} = a$ **Příklad 4****úpravy a krácení**Usměrňte $\sqrt{\frac{18}{75}}$.

$$\sqrt{\frac{18}{75}} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{75}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9}}{\sqrt{3 \cdot 25}} = \frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{2}}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{5} = \frac{\sqrt{2 \cdot 3}}{5} = \frac{\sqrt{6}}{5}$$

Jednotlivé odmocniny jsme částečně odmocnili a využili jsme krácení.

Příklad 5 **$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$** Usměrňte $\frac{1}{\sqrt{5+\sqrt{3}}}$.

$$\frac{1}{\sqrt{5+\sqrt{3}}} = \frac{1}{\sqrt{5+\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt{5-\sqrt{3}}}{\sqrt{5-\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{5-\sqrt{3}}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{5-\sqrt{3}}}{5-3} = \frac{\sqrt{5-\sqrt{3}}}{2}$$

Druhé mocniny druhých odmocnin celých čísel jsou celá čísla. Proto lze s výhodou použít při rozšiřování vzorec $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.**Příklad 6** **$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$**

Usměrňte $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

$$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{5-3} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$$

Druhé mocniny druhých odmocnin celých čísel jsou celá čísla. Proto lze s výhodou použít při rozšiřování vzorec $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

Pro jistotu připomeneme, co platí a co si nesmíme poplést!

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a+\sqrt{b}} \neq \sqrt{a+b} \quad \sqrt{a-\sqrt{b}} \neq \sqrt{a-b}$$

Odstrašující příklad 7

Usměrňte $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

$$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \neq \frac{1}{\sqrt{5-3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Pozorně se podívejte, kde udělali ... chybu!

Příklad 8

Usměrňte $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{3}}$.

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{30}}{6}$$

Cvičení

1. Usměrněte

a) $\frac{1}{\sqrt{2}} =$

b) $\frac{1}{\sqrt{3}} =$

c) $\frac{8}{\sqrt{2}} =$

d) $\frac{15}{\sqrt{3}} =$

e) $\frac{12}{\sqrt{6}} =$

f) $\frac{3 - \sqrt{12}}{\sqrt{3}} =$

g) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{6}} =$

h) $\frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{5}} =$

i) $\frac{1}{1 - \sqrt{3}} =$

j) $\frac{1}{\sqrt{5} + 2} =$

k) $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} =$

l) $\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} =$

m) $\frac{21}{\sqrt{11} + \sqrt{10}} =$

n) $\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} =$

o) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} =$

Řešení

1.

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $4\sqrt{2}$

d) $5\sqrt{3}$

e) $2\sqrt{6}$

f) $\sqrt{3}-2$

g) $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{6}$

h) $\sqrt{5}+1$

i) $-\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

j) $2-\sqrt{5}$

k) $2+\sqrt{5}$

l) $\sqrt{3}+\sqrt{5}$

m) $\sqrt{11}+\sqrt{10}$

n) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

o) $-5+2\sqrt{6}$

Literatura

JIRÁSEK, František. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 361 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4955-0.

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť*. 6. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 142 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6042-X.

Registrační číslo	CZ.1.07/1.5.00/34.0577
Šablona	IV/2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol
Tematická oblast	Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ
Název	Usměrnění zlomku
Číslo DUM	VY_42_inovace_M1_125
Autor	Mgr. Pavel Nekvinda
Ověřeno ve výuce dne	24. 04. 2014
Předmět	Matematika
Ročník	P1
Anotace, klíčová slova, metodický pokyn	Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením. Je možno využít i jako pracovní listy.
Pokud není uvedeno jinak, použitý materiál je z vlastních zdrojů autora.	