Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ

Druhá a třetí odmocnina

Digitální učební materiál

VY_42_inovace_M1_121

10. 04. 2014

Mgr. Pavel Nekvinda

Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením. Je možno využít i jako pracovní listy.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu *Individualizace a inovace výuky*
v rámci OP *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Druhá a třetí odmocnina

Historická poznámka

Druhá odmocnina přivodila již v antice první krizi matematiky. Již jsme se o tom zmínili v souvislosti s iracionálními čísly. Druhé odmocniny některých přirozených čísel nelze zapsat ani jako přirozené číslo ani jako zlomek. Proto se pro zápis odmocnin používá zvláštní značka: $\sqrt{a}$. Stejná značka se používá i pro zápis před „zpracováním“.

Druhá odmocnina

Druhou odmocninu můžeme chápat jako odpověď na otázku: *Jak velká je strana čtverce známého obsahu?* (To je opačná otázka k otázce: Jaký je obsah čtverce, je-li známá velikost jeho strany?)

Např. Jestliže obsah čtverce jsou 4, pak strana má velikost 2 (jelikož $2^2 = 4$; tj. $\sqrt{4}=2$).

Jestliže obsah čtverce je 9, pak strana má velikost 3 (jelikož $3^2 = 9$; tj. $\sqrt{9}=3$).

Jestliže obsah čtverce je 16, pak strana má velikost 4 (jelikož $4^2 = 16$; tj. $\sqrt{16}=4$).

Jak velká je strana čtverce, je-li jeho obsah –4? Je zřejmé, že žádný takový čtverec neexistuje a tedy nedává smysl ani druhá odmocnina z –4.

$\sqrt{a} \quad kde\ a \geq 0$	**Druhé** odmocniny existují jen z **nezáporných** čísel

Pravidla pro počítání

$\sqrt{a \cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$	Odmocnina součinu je součin odmocnin
$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	Odmocnina podílu je podíl odmocnin

Příklad 1

$$\sqrt{4\cdot 9}=\sqrt{36}=6$$
$$\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}=2\cdot 3=6$$

$\sqrt{a^2}=(\sqrt{a})^2=a$

Příklad 2

$$\sqrt{3^2}=\sqrt{9}=3$$
$$(\sqrt{3})^2=\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=3$$

Odmocnina součtu (rozdílu) **není** součet (rozdíl) odmocnin

Odstrašující příklad 3

$\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$
$\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$

$\sqrt{10\,000}=100$ $\sqrt{0{,}000\,1}=0{,}01$	Po odmocnění **poloviční** počet nul (desetinných míst)

Příklad 4

$\sqrt{490\,000}=\sqrt{49\cdot 10\,000}=\sqrt{49}\cdot\sqrt{10\,000}=7\cdot 100=700$
$\sqrt{0{,}006\,4}=\sqrt{0{,}000\,1\cdot 64}=\sqrt{0{,}000\,1}\cdot\sqrt{64}=0{,}01\cdot 8=0{,}08$

Třetí odmocnina

Druhou odmocninu můžeme chápat jako odpověď na otázku: *Jak velká je hrana krychle známého objemu?* (To je opačná otázka k otázce: Jaký je objem krychle, je-li známá velikost jeho strany?)

Např. Jestliže objem krychle je 8, pak hrana má velikost 2 (jelikož $2^3 = 8$; tj. $\sqrt[3]{8}=2$).

Jestliže objem krychle je 27, pak hrana má velikost 3 (jelikož $3^3 = 27$; tj. $\sqrt[3]{27}=3$).

Jestliže objem krychle je 125, pak hrana má velikost 5 (jelikož $5^3 = 125$; tj. $\sqrt[3]{125}=4$).

Jak velká je hrana krychle, je-li její objem -8? Je zřejmé, že žádná taková krychle není, ale třetí odmocnina z -8 (světe div se!) smysl dává. Zvažte sami součin: $(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)=(-2)^3=-8$. A tak $\sqrt[3]{-8}=-2$!

$\sqrt[3]{a} \qquad a\in\mathbb{R}$	**Třetí** odmocniny existují **ze všech** čísel Třetí odmocnina kladného čísla je kladná Třetí odmocnina záporného čísla je záporná

Pravidla pro počítání

$\sqrt[3]{a\cdot b}=\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{b}$	Odmocnina součinu je součin odmocnin
$\sqrt[3]{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$	Odmocnina podílu je podíl odmocnin

Příklad 5

$\sqrt[3]{8\cdot 27}=\sqrt[3]{216}=6$
$\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{27}=2\cdot 3=6$

$\sqrt[3]{a^3}=(\sqrt[3]{a})^3=a$

Příklad 6

$\sqrt[3]{3^3}=\sqrt[3]{27}=3$
$(\sqrt[3]{3})^3=\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{3}=3$

Odmocnina součtu (rozdílu) **není** součet (rozdíl) odmocnin

Odstrašující příklad 7

$\sqrt[3]{8+27}=\sqrt[3]{35}=3{,}271\ldots$
$\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{27}=2+3=5$

$\sqrt[3]{1\,000\,000}=100$
$\sqrt[3]{0{,}001}=0{,}1$

Po odmocnění **třetinový** počet nul (desetinných míst)

Příklad 8

$\sqrt[3]{125\,000}=\sqrt[3]{125\cdot 1\,000}=\sqrt[3]{125}\cdot\sqrt[3]{1\,000}=5\cdot 10=50$
$\sqrt[3]{0{,}343}=\sqrt[3]{0{,}001\cdot 343}=\sqrt[3]{0{,}001}\cdot\sqrt[3]{343}=0{,}1\cdot 7=0{,}7$

Cvičení

1. Vyčíslete bez kalkulačky
   a) $\sqrt[3]{64000}=$
   b) $\sqrt{6400}=$
   c) $\sqrt[3]{8\,000\,000}=$
   d) $\sqrt[3]{0,000\,125}=$
   e) $\sqrt{0,000\,625}=$
   f) $\sqrt[3]{0,343}=$
   g) $\sqrt{0,000\,004}=$

2. Rozložte na součin a odmocněte i bez kalkulačky
   a) $\sqrt{1225}=$
   b) $\sqrt{22500}=$
   c) $\sqrt{302500}=$
   d) $\sqrt{1,96}=$
   e) $\sqrt{42,25}=$
   f) $\sqrt{0,5625}=$
   g) $\sqrt{0,0144}=$

h) $\sqrt{\dfrac{49}{64}}=$

i) $\sqrt{\dfrac{169}{25}}=$

j) $\sqrt[3]{\dfrac{343}{125}}=$

3. Vyčíslete bez kalkulačky

a) $\dfrac{\sqrt{64}+\sqrt{225}}{\sqrt{289}}=$

b) $\dfrac{\sqrt{64+225}}{\sqrt{289}}=$

c) $\dfrac{\sqrt{1369-1225}}{\sqrt{289}-\sqrt{64}}=$ $\sqrt{1369}=37$

d) $\dfrac{\sqrt{1369}-\sqrt{1225}}{\sqrt{289-64}}=$

e) $\dfrac{\sqrt{25}+\sqrt{144}}{\sqrt{169-25}}=$

f) $\dfrac{\sqrt{25+144}}{\sqrt{169}-\sqrt{25}}=$

g) $\sqrt{1369-1225}+\sqrt{1225}-\sqrt{169-25}+\sqrt{169}=$

Řešení

1.

a) 40
b) 80
c) 2 000
d) 0,5
e) 0,025
f) 0,7
g) 0,002

2.

a) 35
b) 150
c) 550
d) 1,4
e) 6,5
f) 0,75
g) 0,12
h) 0,875
i) 2,6
j) 1,4

3.

a) $\frac{23}{17}$

b) 1

c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{2}{15}$

e) $\frac{17}{12}$

f) $\frac{13}{8}$

g) 48

Literatura

JIRÁSEK, František. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 361 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4955-0.

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť*. 6. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 142 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6042-X.

Registrační číslo	CZ.1.07/1.5.00/34.0577
Šablona	IV/2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol
Tematická oblast	Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ
Název	Druhá a třetí odmocnina
Číslo DUM	VY_42_inovace_M1_121
Autor	Mgr. Pavel Nekvinda
Ověřeno ve výuce dne	10. 04. 2014
Předmět	Matematika
Ročník	P1
Anotace, klíčová slova, metodický pokyn	Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením. Je možno využít i jako pracovní listy.
Pokud není uvedeno jinak, použitý materiál je z vlastních zdrojů autora.	