Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ

Mocniny v geometrii

Digitální učební materiál

VY_42_inovace_M1_118

03. 04. 2014

Mgr. Pavel Nekvinda

Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením. Je možno využít i jako pracovní listy.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu *Individualizace a inovace výuky*
v rámci OP *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

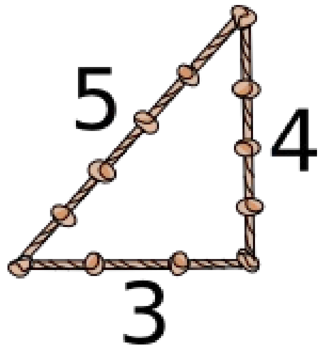
Mocniny v geometrii

Geometrie

Řekne-li se *geometrie*, většině lidí se vybaví pravítko, kružítko a (zpravidla neořezaná) tužka. *Geometrie? Jó to je rýsování!* Taková představa ale není přesná a rozhodně je neúplná.

Geometrie je matematická disciplína, která se zabývá otázkami tvarů, velikostí, proporcí a vzájemných vztahů obrazců a útvarů a vlastnostmi prostorů. A zabývá se nejen pomocí pravítka a kružítka. Geometrie také hodně a hodně, jak bychom laicky vyjádřili, počítá.

Geometrie je spolu s aritmetikou nejstarší matematická nauka. Geometrie vycházela z praktických potřeb v zeměměřičství a stavebnictví už v Egyptě před pěti tisíci let. Např. po záplavách Nilu bylo nutné znovu rychle a přesně vytyčit pole.

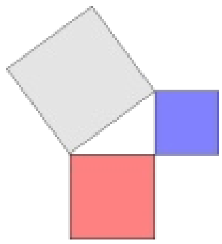


Obr 1: Pythagorejský trojúhelník

Mistry v geometrii byli antičtí Řekové. Také název *geometrie* pochází z řečtiny[1]. Asi nejznámější geometr všech dob je **Pythagoras**, jehož slavnou větu školy celého světa vtloukají žáčkům i proti jejich vůli. Faktem ale je, že Pythagoras žádnou takovou větu neřekl a asi ani neobjevil. Zřejmě se právě v Egyptě seznámil fintou, jak na poli vytyčit pravý úhel – stačí k tomu šikovný provázek. Obdobně dodnes každý zedník ví, jak založit roh, aby v něm mohla být postavená skříň. Stačí k tomu skládací dvoumetr a naměřit 120 cm, 160 cm a 200 cm.

Pythagorova věta

Obsah čtverce sestrojeného nad přeponou (c^2) **pravoúhlého** trojúhelníku je roven součtu obsahů čtverců nad jeho odvěsnami ($a^2 + b^2$).


Obr 2: Pythagorova věta

Pythagorejská čísla

Pythagorejskými trojúhelníky nazýváme **pravoúhlé** trojúhelníky, které mají celočíselný poměr velikostí stran. Nejznámější je trojúhelník s poměrem velikostí stran 3 : 4 : 5.

Pythagorejská čísla (prezentují jednotlivé strany trojúhelníku) lze nacházet dle následujícího návodu

- zvolte libovolné přirozené liché číslo $p > 1$
- určete číslo $q = \frac{p^2 - 1}{2}$

1 γεωμετρία, z gé – země a metria – měření

- určete číslo $r = q + 1 = \frac{p^2 + 1}{2}$

Pythagorejská čísla tedy jsou p, q, r
a platí mezi nimi rovnost $r^2 = p^2 + q^2$

Jistě jste si povšimli, že bez druhých mocnin by to nešlo. Existují další postupy jak hledat pythagorejské trojice čísel – porozhlédněte se, google je mocná zbraň.

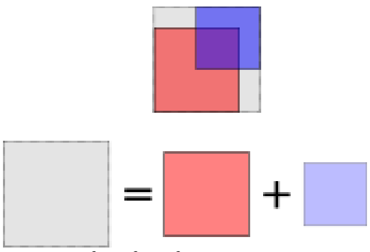
Čtverec, kubík

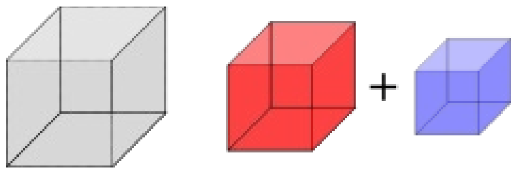
Mocniny kolem sebe (tj. v geometrii) najdeme všude. Jelikož je obsah čtverce a^2 – nezřídka se i druhé mocnině obecně říká *čtverec* nebo *kvadrát*. A jelikož je objem krychle (κύβος – kubos) a^3, nezřídka se i třetí mocnině obecně říká *kubík*.

Jedna ze základních otázek matematiky[2] zároveň souvisí s mocninami i geometrií. Jednoduše ji lze formulovat takto:

- „Je možné naleznout takové čtverce s celočíselnými stranami, že součet obsahů dvou menších je roven obsahu třetího?“ ANO. Odpovědí jsou čtverce s pythagorejskými stranami.

- „Je možné naleznout takové krychle s celočíselnými stranami, že součet objemů dvou menších je roven obsahu třetí?“ NE. Důkaz ale nebyl vůbec jednoduchý a trval mnoha matematikům mnoho let.


Obr 3: $x^2 + y^2 = z^2$


Obr 4: $x^3 + y^3 \neq z^3$

Při výpočtech obsahů, povrchů a objemů se většinou nějaké té mocnině nevyhneme.

$S_{ČTVEREC} = a^2$	$V_{HRANOL} = a^2h$
$S_{KRUH} = \pi\ r^2$	$V_{VÁLEC} = \pi\ r^2h$
$P_{KRYCHLE} = 6a^2$	$V_{KRYCHLE} = a^3$
$P_{KOULE} = 4\pi\ r^2$	$V_{KOULE} = {}^4/_3\, r^3$

2 Velká Fermatova věta

Cvičení

1. Najděte alespoň tři různé trojice pythagorejských čísel.

2. Rozhodněte, zda je trojúhelník pravoúhlý, má-li strany o velikostech

   a) 4 cm; 2 cm; 5 cm

   b) 6 m; 8 m; 7 m

   c) 5 dm; 120 cm; 1,3 m

3. Určete obsahy, povrchy a objem pro

   a) a = 1; r = 1; h = 1

$S_{ČTVEREC}$ =

S_{KRUH} =

$P_{KRYCHLE}$ =

P_{KOULE} =

$V_{KRYCHLE}$ =

V_{HRANOL} =

$V_{VÁLEC}$ =

V_{KOULE} =

b) $a = 2; r = 2; h = 1$

$S_{ČTVEREC} =$

$S_{KRUH} =$

$P_{KRYCHLE} =$

$P_{KOULE} =$

$V_{KRYCHLE} =$

$V_{HRANOL} =$

$V_{VÁLEC} =$

$V_{KOULE} =$

c) $a = 3\ r = 3; h = 1$

$S_{ČTVEREC} =$

$S_{KRUH} =$

$P_{KRYCHLE} =$

$P_{KOULE} =$

$V_{KRYCHLE} =$

$V_{HRANOL} =$

$V_{VÁLEC} =$

$V_{KOULE} =$

d) $a = 4; r = 4; h = 1$

$S_{ČTVEREC} =$

$S_{KRUH} =$

$P_{KRYCHLE} =$

$P_{KOULE} =$

$V_{KRYCHLE} =$

$V_{HRANOL} =$

$V_{VÁLEC} =$

$V_{KOULE} =$

Řešení

1. Hledej, Šmudlo

2.
   a) ne
   b) ne
   c) ano

3. Počítat, neopisovat. A kalkulačku do ruky.

Literatura

JIRÁSEK, František. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 361 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4955-0.

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť*. 6. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 142 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6042-X.

Registrační číslo	CZ.1.07/1.5.00/34.0577
Šablona	IV/2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol
Tematická oblast	Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ
Název	Mocniny v geometrii
Číslo DUM	VY_42_inovace_M1_118
Autor	Mgr. Pavel Nekvinda
Ověřeno ve výuce dne	03. 04. 2014
Předmět	Matematika
Ročník	P1
Anotace, klíčová slova, metodický pokyn	Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením. Je možno využít i jako pracovní listy.
Pokud není uvedeno jinak, použitý materiál je z vlastních zdrojů autora.	