Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ

Algebraické vzorce

Digitální učební materiál

VY_42_inovace_M1_113

13. 03. 2014

Mgr. Pavel Nekvinda

Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením. Je možno využít i jako pracovní listy.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu *Individualizace a inovace výuky*
v rámci OP *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*

EVROPSKÁ UNIE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Algebraické vzorce

Základní vzorce

Pro rychlejší úpravy algebraických výrazů lze často využít algebraické vzorce.

Druhá mocnina součtu (rozdílu)

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$
$$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

vzorce I.

$$(-A-B)^2 = (A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$
$$(-A+B)^2 = (A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$(A+B-C-D)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + 2AB - 2AC - 2AD - 2BC - 2BD + 2CD$$

Rozdíl druhých mocnin

$$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$
$$A^2 + B^2 \quad \textit{nelze rozložit na součin}$$

vzorec II.

Třetí mocnina součtu (rozdílu)

$$(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$
$$(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

vzorce III.

Rozdíl (součet) třetích mocnin

$$A^3 + B^3 = (A+B)(A^2 - AB + B^2)$$
$$A^3 - B^3 = (A-B)(A^2 + AB + B^2)$$

vzorce IV.

Řešené úlohy

Příklad 1

Upravte $(5a+3b)^2-(4a-b)^2=$

V tomto případě jsou možné dokonce dva přístupy.

a) Užitím vzorců I.

$$\begin{aligned}&(5a+3b)^2-(4a-b)^2=\\&=(25a^2+2\cdot 5a\cdot 3b+9b^2)-(16a^2-2\cdot 4a\cdot b+b^2)=\\&=25a^2+30ab+9b^2-16a^2+8ab-b^2=\\&=9a^2+38ab+8b^2\end{aligned}$$

b) Užitím vzorce II.

$$\begin{aligned}&(5a+3b)^2-(4a-b)^2=\\&=[(5a+3b)+(4a-b)]\cdot[(5a+3b)-(4a-b)]=\\&=[5a+3b+4a-b]\cdot[5a+3b-4a+b]=\\&=[9a+2b]\cdot[a+4b]=\\&=9a^2+26ab+2ab+8b^2=\\&=9a^2+38ab+8b^2\end{aligned}$$

Příklad 2

Převeďte na součin $x^6-y^6=$

Postupným užitím vzorců II. a IV.

$$\begin{aligned}&x^6-y^6=(x^3)^2-(y^3)^2=\\&=[x^3-y^3]\cdot[x^3+y^3]=\\&=[(x-y)(x^2+xy+y^2)]\cdot[(x+y)(x^2-xy+y^2)]=\\&=(x-y)(x^2+xy+y^2)(x+y)(x^2-xy+y^2)\end{aligned}$$

Cvičení

1. $9-12\,x+4\,x^2=$

2. $1+81\,m^2-18\,m=$

3. $25+10\,b+b^2=$

4. $36\,a^2\,x-108\,a\,x+81\,x=$

5. $-y^2+2\,y-1=$

6. $-i^2-2\,i-1=$

7. $x^2\,z+y^2\,z-2\,x\,y\,z-z=$

8. $(r+2)^2-(r-1)^2=$

9. $(a+b)^2-1=$

10. $a^2\,b^2-c^2=$

11. $p^4 - q^2 =$

12. $196 - h^4 =$

13. $1 - 25a^4 b^6 =$

14. $49u^2 - 4v^2 =$

15. $(x+2y)^2 - (x-3y)^2 =$

16. $a^3 b - a b^3 =$

17. $(5x+3)^2 - 25x^2 =$

18. $y^8 - 1 =$

19. $p^3 r + 2p^2 qr + pq^2 r - 6pr^2 - pr^3 - 9pr =$

20. $\left(3x - \frac{1}{3x}\right)^3 =$

Řešení

1.

1. $(3 - 2x)^2$
2. $(1 - 9m)^2$
3. $b + 5$
4. $x(6a - 9)$
5. $-(y - 1)^2$
6. $-(i + 1)^2$
7. $z(x - y + 1)(x - y - 1)$
8. $3(2r + 1)$
9. $(a + b + 1)(a + b - 1)$
10. $(ab + c)(ab - c)$
11. $(p^2 + q)(p^2 - q)$
12. $(16 + h^2)(4 + h)(4 - h)$
13. $(1 + 5a^2b^3)(1 - 5a^2b^3)$
14. $(7u + 2v)(7u - 2v)$
15. $5y(2x - y)$
16. $ab(a^2 - b^2)$
17. $30x + 9$
18. $(y^4 + 1)(y^2 + 1)(y + 1)(y - 1)$
19. $pr(p + q + r + 3)(p + q - r - 3)$
20. $2x^3 - 9x + x^{-1} - {}^1/_{27}\, x^{-3}$

Literatura

JIRÁSEK, František. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 361 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4955-0.

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť*. 6. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 142 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6042-X.

Registrační číslo	CZ.1.07/1.5.00/34.0577
Šablona	IV/2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol
Tematická oblast	Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ
Název	Algebraické vzorce
Číslo DUM	VY_42_inovace_M1_113
Autor	Mgr. Pavel Nekvinda
Ověřeno ve výuce dne	13. 03. 2014
Předmět	Matematika
Ročník	P1
Anotace, klíčová slova, metodický pokyn	Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením. Je možno využít i jako pracovní listy.
Pokud není uvedeno jinak, použitý materiál je z vlastních zdrojů autora.	