Funkce, rovnice a jejich užití

# Mocninné funkce

Digitální učební materiál

VY_42_inovace_M2_08

24. 04. 2013

Mgr. Pavel Nekvinda

Pracovní list s vysvětlením a grafy jednotlivých typů mocninných funkcí.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu *Individualizace a inovace výuky*
v rámci OP *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Mocninné funkce

Mocninná funkce je každá funkce, která je zapsaná nebo ji lze zapsat ve tvaru:

$$f: y = P^n(x)$$

kde $P^n(x)$ je polynom (mnohočlen) n-tého stupně proměnné x, n $\in Z$.

Jelikož definice nemusí být každému srozumitelná, uveďme si několik názorných a konkrétních příkladů pro zopakování:

$$P^3(x) = 2x^3 - 5x^2 + 8x + 13 \qquad f: y = 2x^3 - 5x^2 + 8x + 13$$
$$P^5(x) = x^5 - 7x - 53 \qquad f: y = x^5 - 7x - 53$$
$$P^{73}(x) = 7x^{73} + 15x^{51} + x - 1 \qquad f: y = 7x^{73} + 15x^{51} + x - 1$$

Je-li mnohočlen proměnné x n-tého stupně, musí obsahovat člen $x^n$ a zbývající členy jsou nižšího stupně než n.

## S čím jsme se již setkali

S některými z mocninných funkcí jsme se již setkali, ale doposud jsme jim (z dobrých důvodů) neříkali mocninné.

**Konstantní funkce**

$$f: y = a \qquad kde\ a \in \mathbb{R} \qquad P^0(x) = a \cdot x^0$$

*Graf: přímka rovnoběžná s osou x*

**Lineární funkce**

$$f: y = ax + b \qquad kde\ a, b \in \mathbb{R} \ \wedge \ a \neq 0 \qquad P^1(x) = ax^1 + b$$

*Graf: přímka různoběžná s osou x*

**Přímá úměrnost – speciální případ lineární funkce**

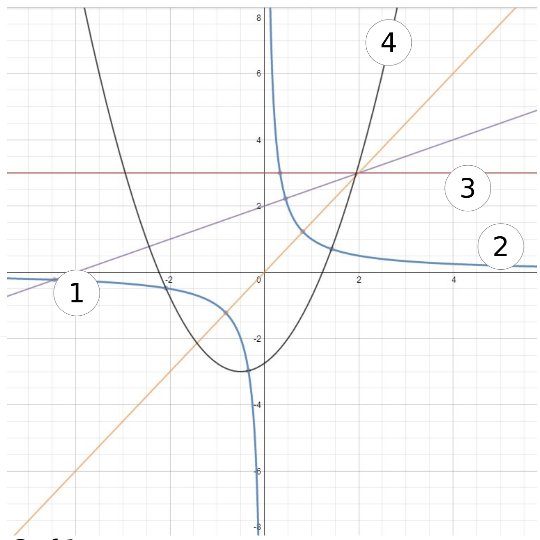
$$f: y = ax \qquad kde\ a \in \mathbb{R} \ \wedge \ a \neq 0 \qquad P^1(x) = ax^1$$

*Graf: přímka různoběžná s osou x procházející počátkem*

**Kvadratická funkce**

*Graf: parabola (kvadratická, sudá)*

| | |
|---|---|
| Konstantní funkce | 1 |
| Lineární funkce | 2 |
| Přímá úměrnost | 3 |
| Kvadratická funkce | 4 |



*Graf 1*

Přímá úměrnost 5

5

Na základní škole jste se seznámili s nepřímou úměrností $f: y = \frac{k}{x} = kx^{-1}$ a jejím grafem.

**Nepřímá úměrnost**

$f: y = a\,x^{1}$ $\quad kde\ a \in \mathbb{R}\ \wedge\ a \neq 0$ $\quad P^{-1}(x) = a\,x^{-1}$

*Graf: hyperbola (rovnoosá, lichá)*

## Dělení mocninných funkcí

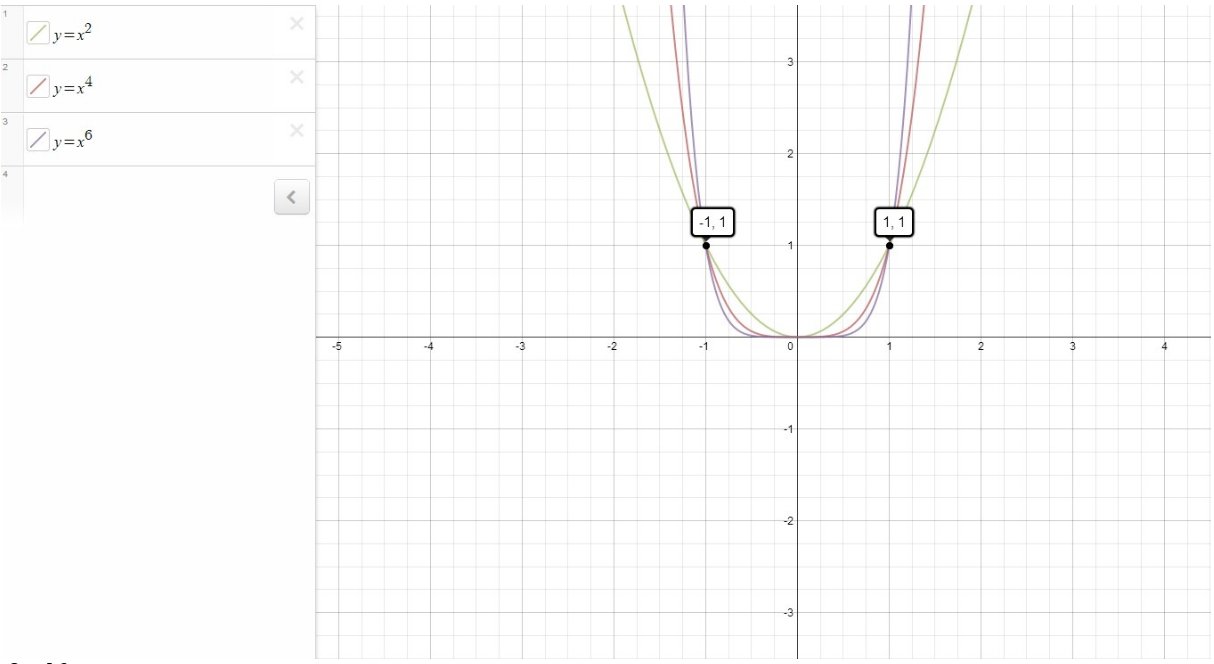
Vlastnosti funkcí lze dobře sledovat pomocí jejich grafu. Proto se zaměříme na grafy jednotlivých funkcí.

Mocninné funkce, tedy i jejich grafy, můžeme rozdělit do několika skupin podle exponentu (stupně) *n*

- 0 nebo 1 přímka
- kladné (větší než 1) parabola
  - sudé sudá parabola
  - liché lichá parabola
- záporné hyperbola
  - liché lichá hyperbola
  - sudé sudá hyperbola

Graf každé funkce vychází z grafu **příslušné elementární funkce**, který „jen“ posunujeme, otáčíme a natahujeme. Prostudujeme tedy grafy elementárních funkcí jednotlivých skupin, barevně vyznačte jednotlivé grafy, případně asymptoty .

**Exponent – kladný sudý**




*Graf 2*

$f: y=x^n$ *kde n je kladné sudé*

Parabola (sudá)

Sudá graf je osově souměrný podle **osy *y***

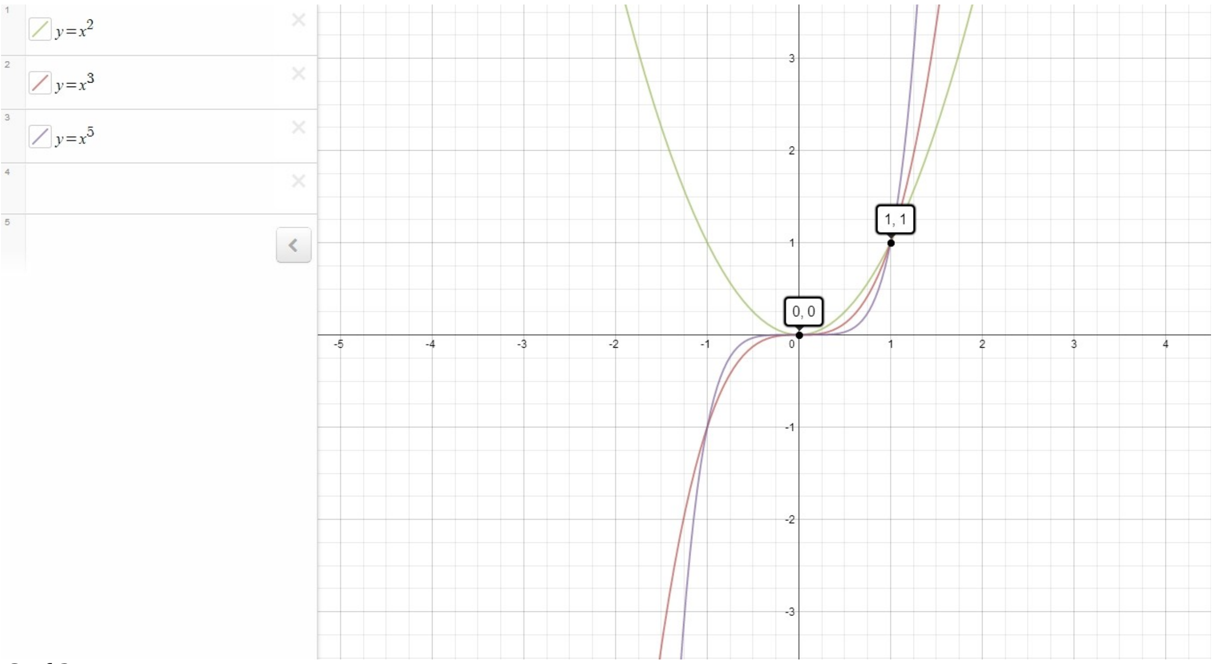
Čím vyšší mocnina, tím strmější průběh pro $x \in \langle 1; \infty)$

Vždy prochází bodem [1;1] a [0;0] a[–1;1]

$D(f)=(-\infty; \infty)$
$H(f)=\langle 0; \infty)$

Význačný bod [0;0] *vrchol paraboly*

**Exponent – kladný lichý**




*Graf 3*

$f: y=x^n$ $\quad$ *kde n je kladné liché*

Parabola (lichá, *kubická* )

Lichá graf je středově souměrný podle ***počátku O*** [0;0]

Čím vyšší mocnina, tím strmější průběh pro $x \in \langle 1;\infty)$

Vždy prochází bodem [1;1] a [0;0] a [–1;–1]

$D(f)=(-\infty;\infty)$
$H(f)=(-\infty;\infty)$

Význačný bod [0;0] *vrchol kubické paraboly*

## Exponent – záporný lichý


*Graf 4*

$f: y=x^{n}$ *kde n je kladné liché*

Hyperbola (lichá)

Lichá graf je středově souměrný podle ***počátku O*** [0;0]

Čím vyšší mocnina, tím strmější průběh pro $x \in (0;1)$

Vždy prochází bodem [1;1] a [–1;–1]

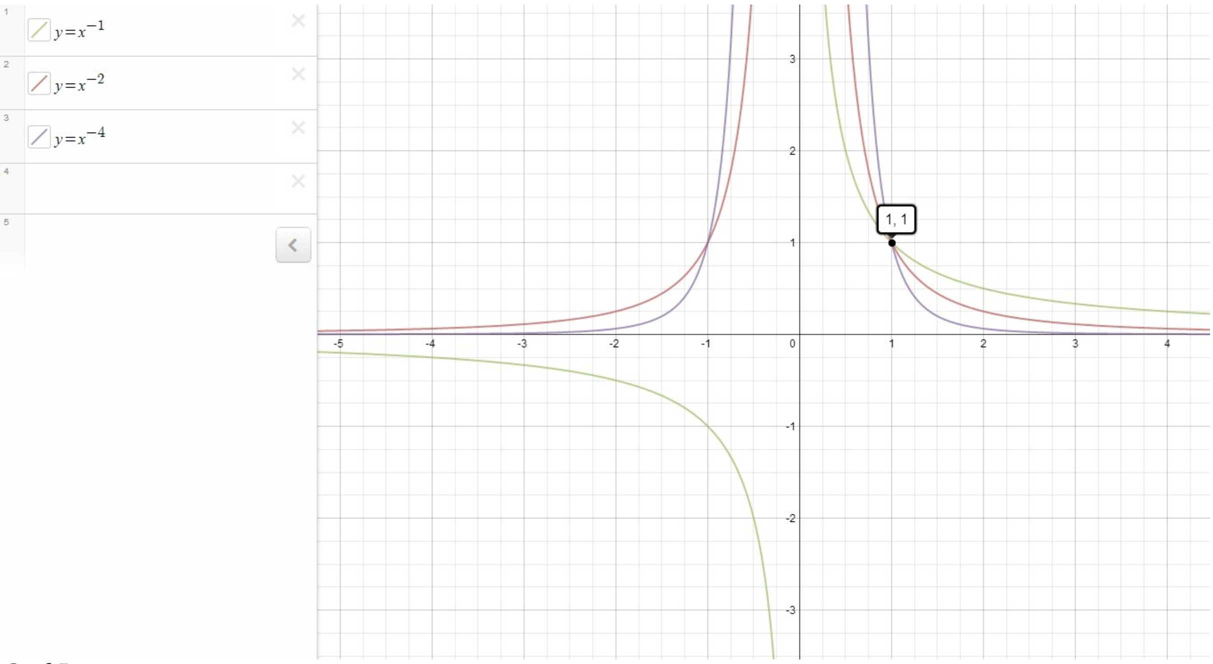
$D(f)=(-\infty;0)\cup(0;\infty)$
$H(f)=(-\infty;0)\cup(0;\infty)$

Asymptoty[1] v osách *x* a *y*

Význačný bod [0;0] *průsečík asymptot*

1 Asymptota je přímka, ke které se graf funkce blíží, ale **nikdy** se jí nedotkne ani ji neprotne.

## Exponent – záporný sudý




*Graf 5*

Hyperbola (sudá)

Sudá graf je osově souměrný podle **osy *y***

Čím vyšší mocnina, tím strmější průběh pro $x \in (0;1)$

Vždy prochází bodem [1;1] a [–1;1]

$D(f)=(-\infty;0)\cup(0;\infty)$
$H(f)=(0;\infty)$

Asymptoty[2] v osách *x* a *y*

Význačný bod [0;0] *průsečík asymptot*

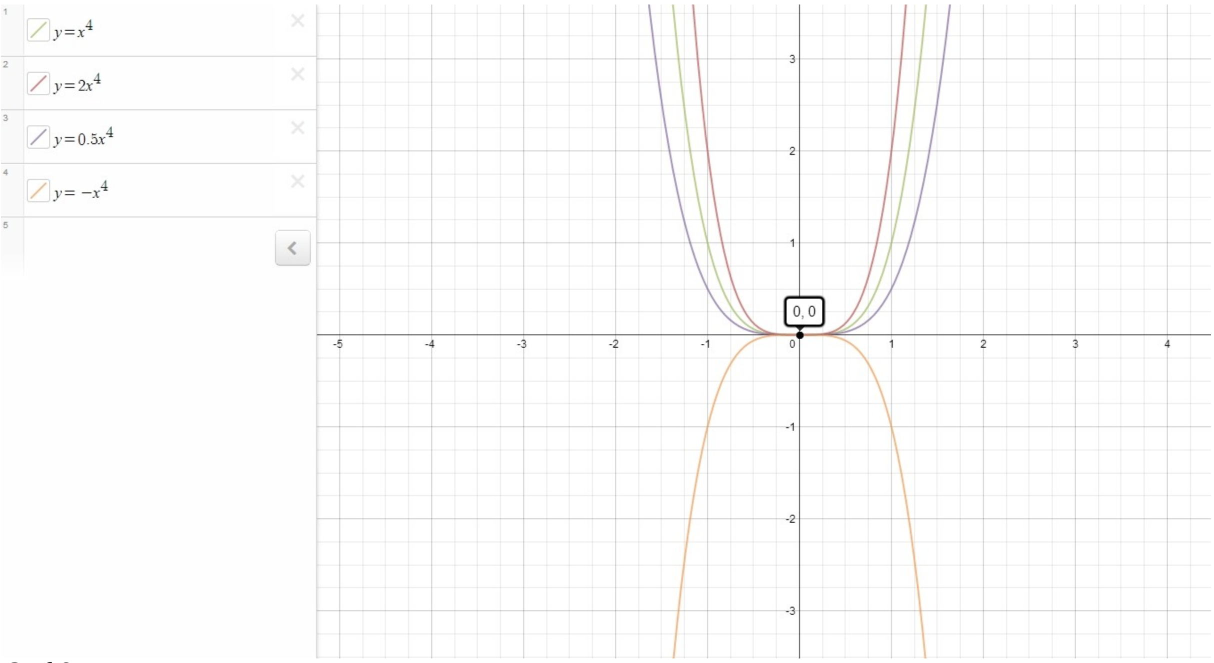
2 Asymptota je přímka, ke které se graf funkce blíží, ale **nikdy** se jí nedotkne ani ji neprotne.

## Práce s grafem

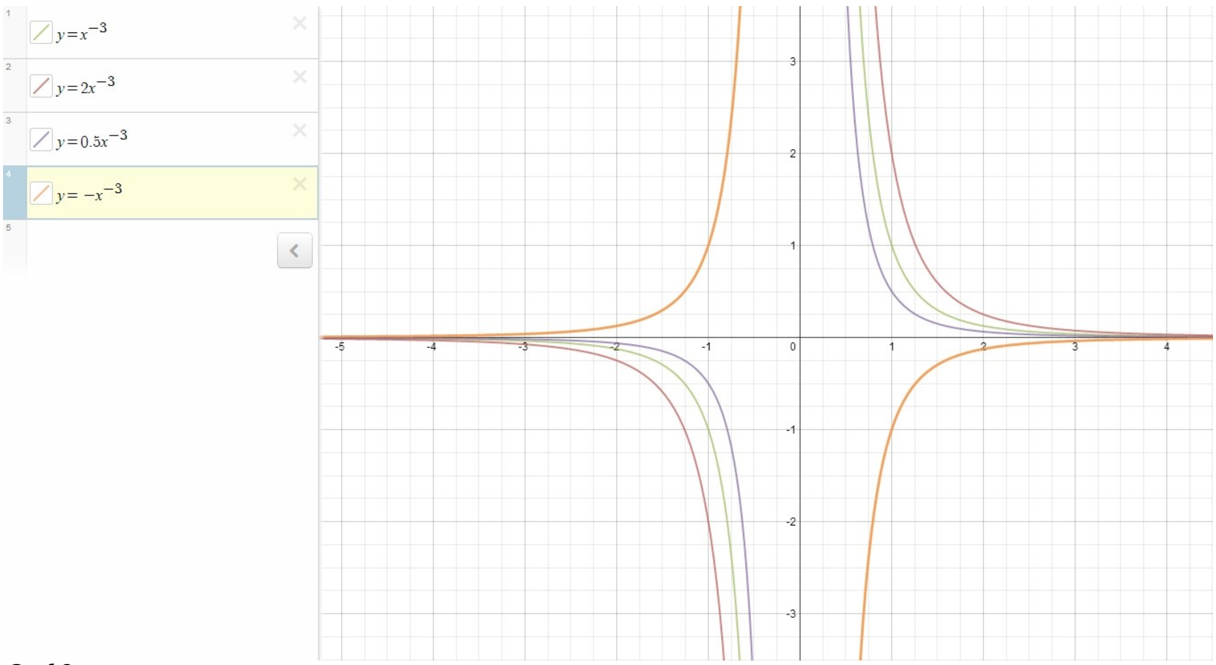
Pomocí webové aplikace (případně jiné) **www.desmos.com/calculator** prozkoumáme práci s grafem jednotlivých typů mocninných funkcí.

---

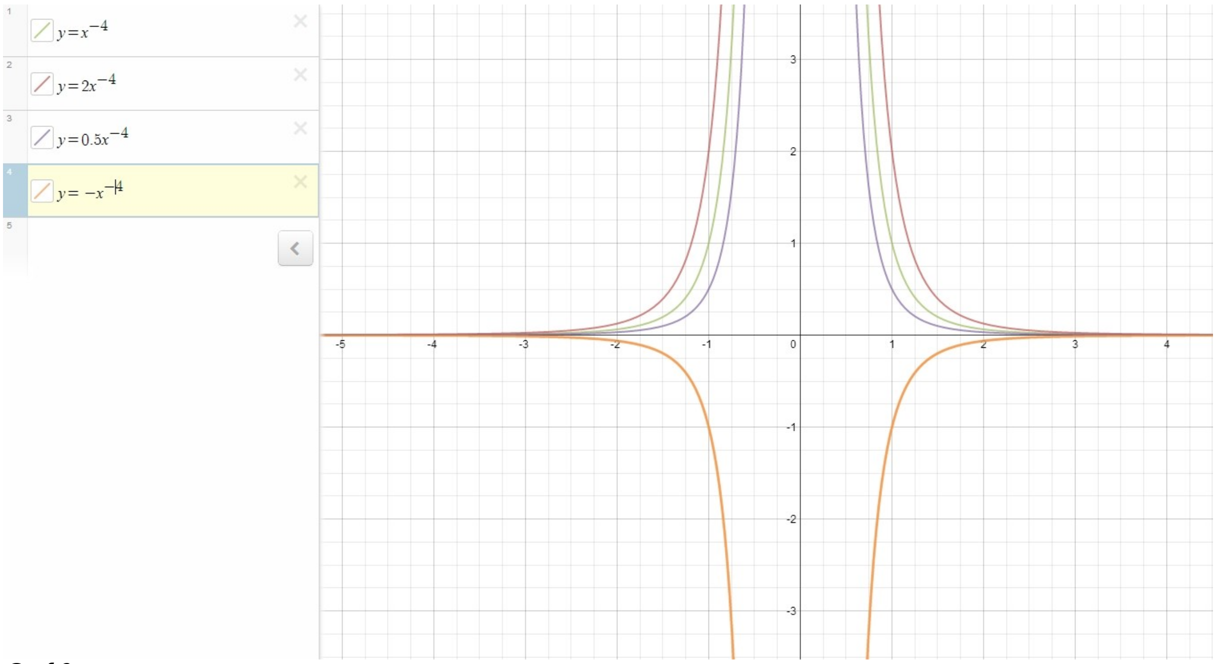
### „Natahování“




*Graf 6*

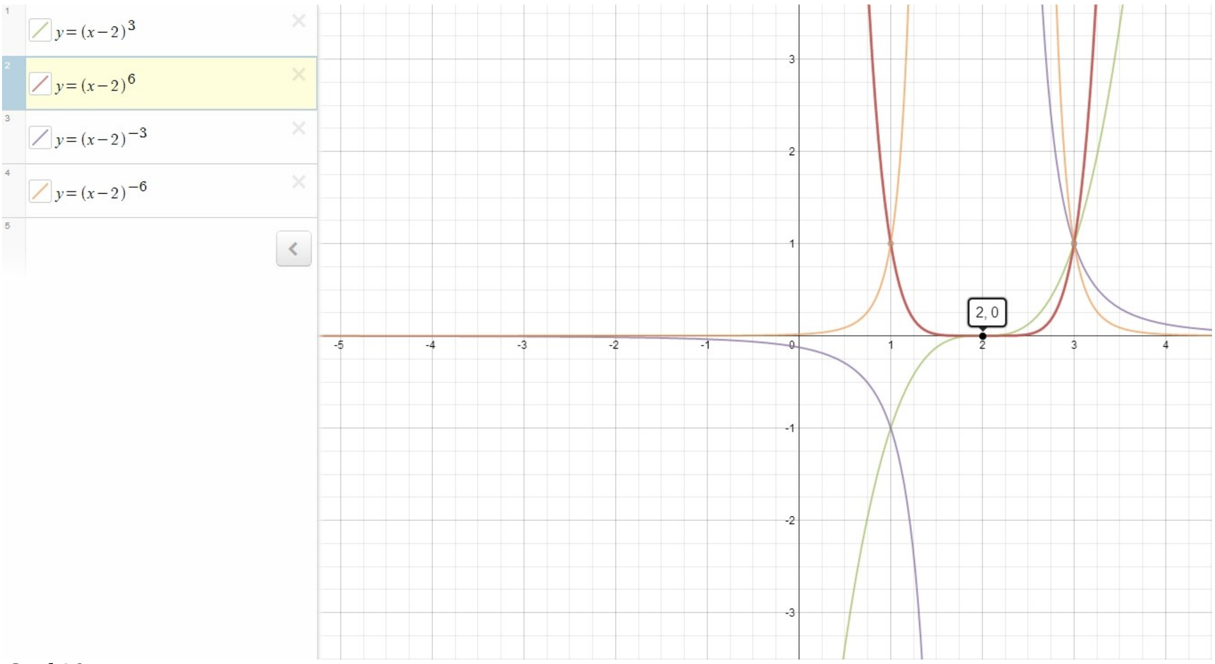




*Graf 8*

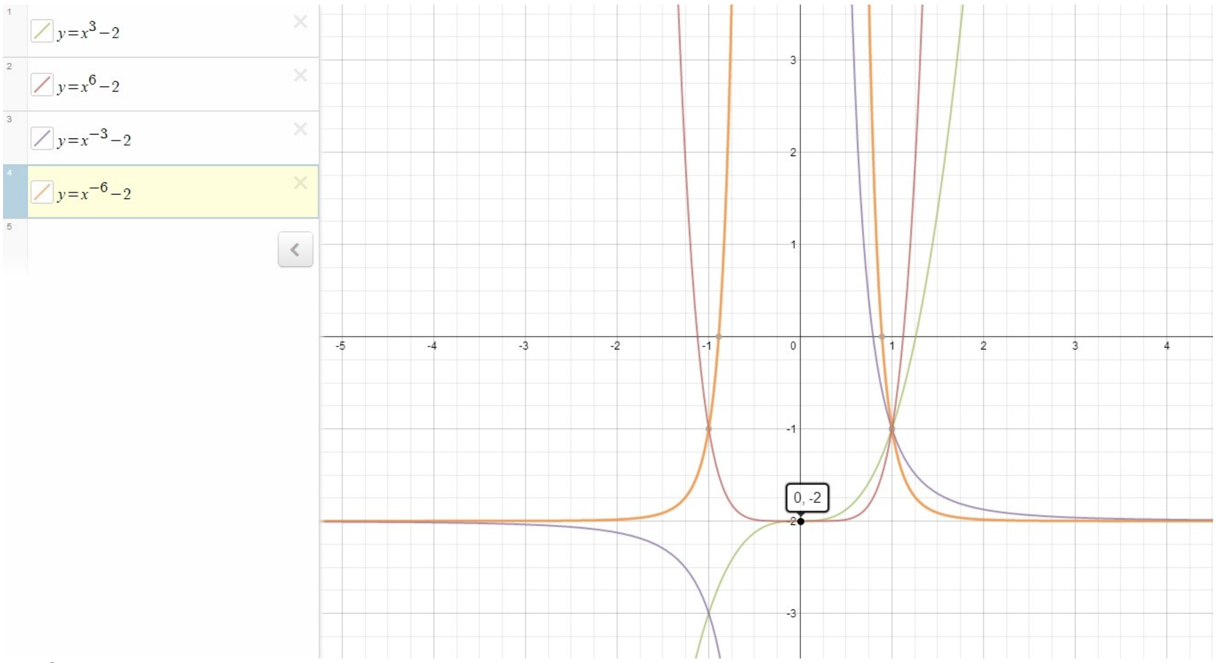



*Graf 9*

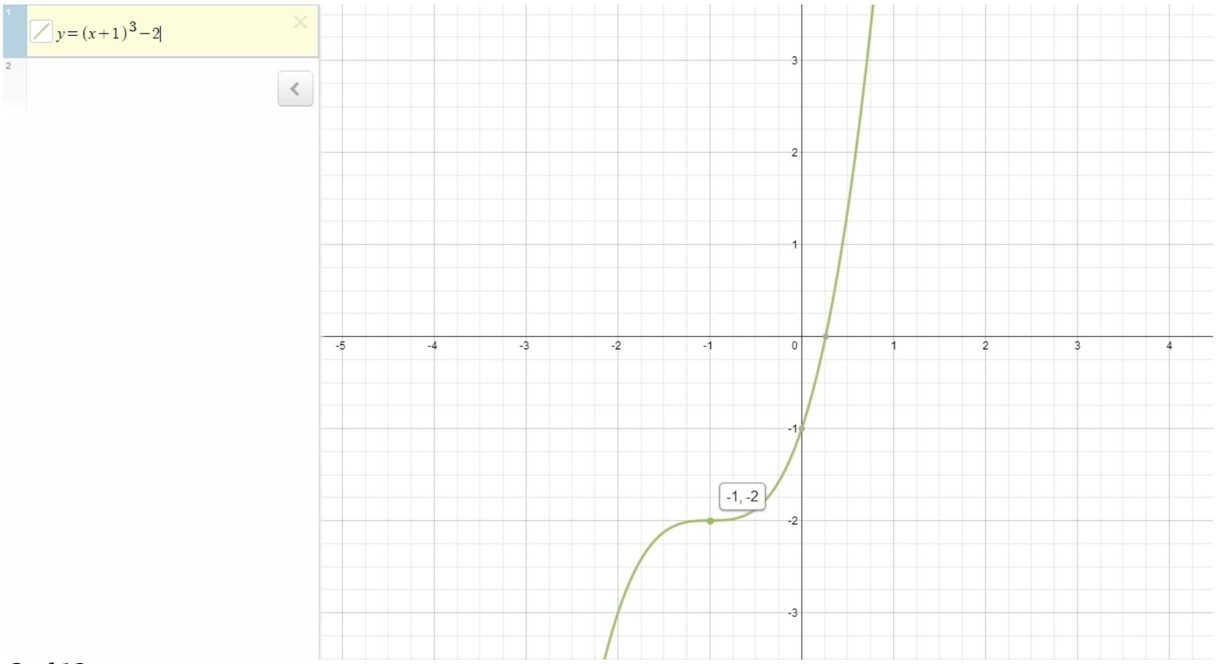
**„Posunování“**



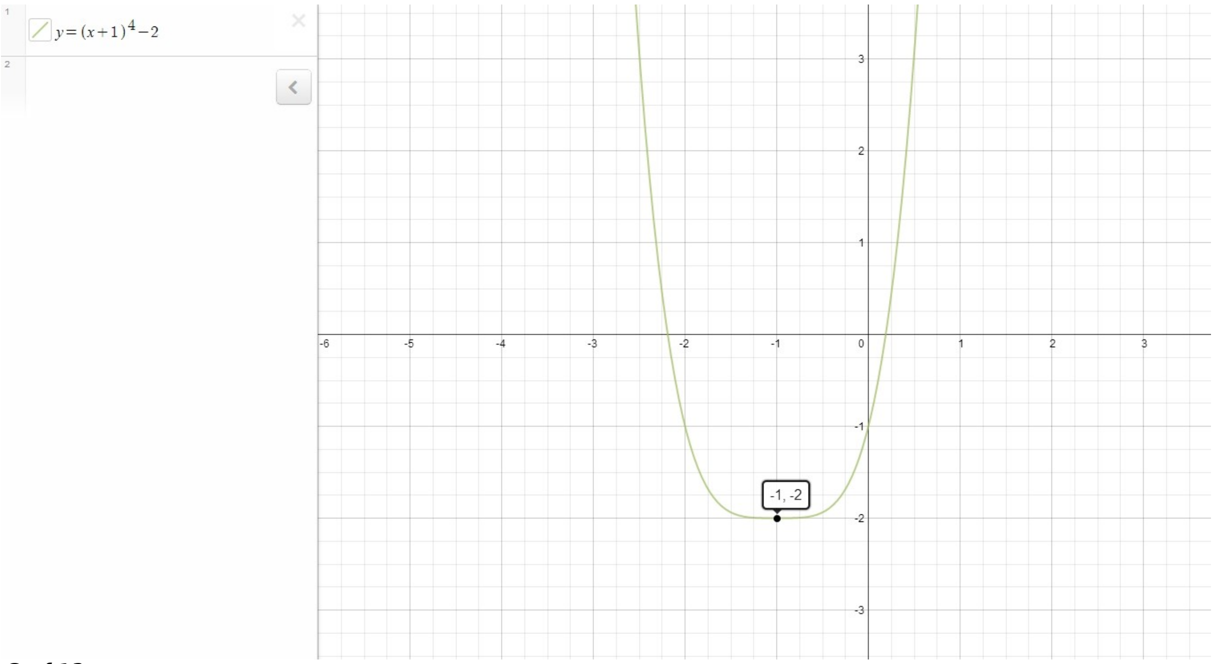

*Graf 10*



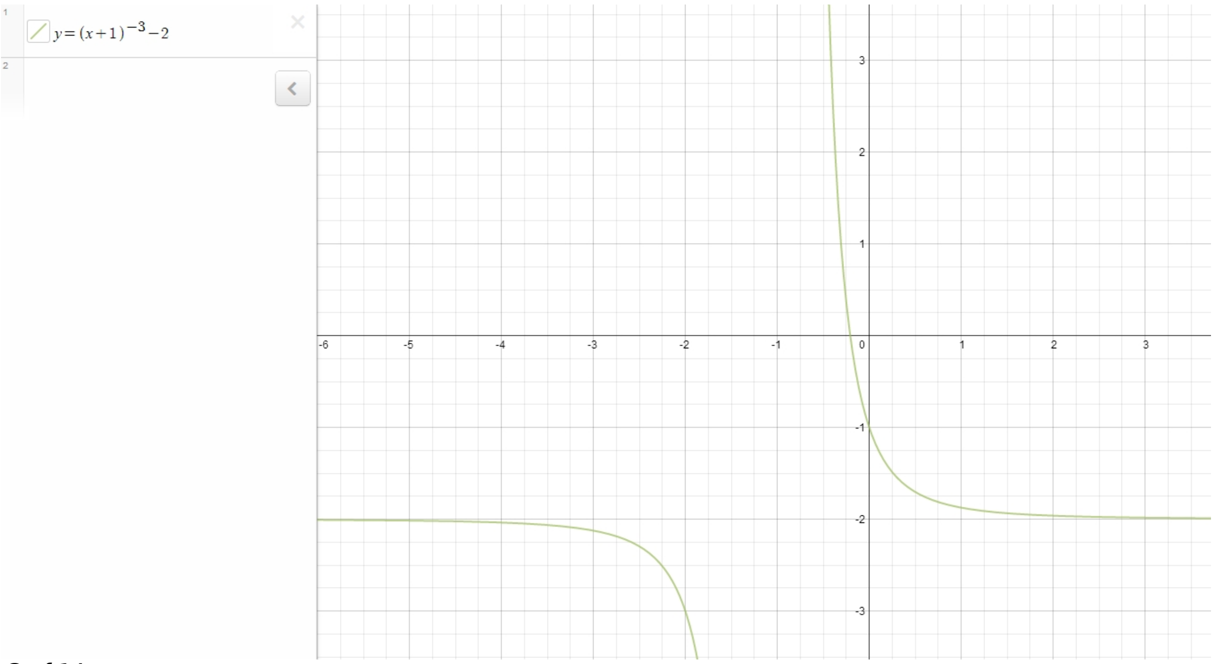

*Graf 11*



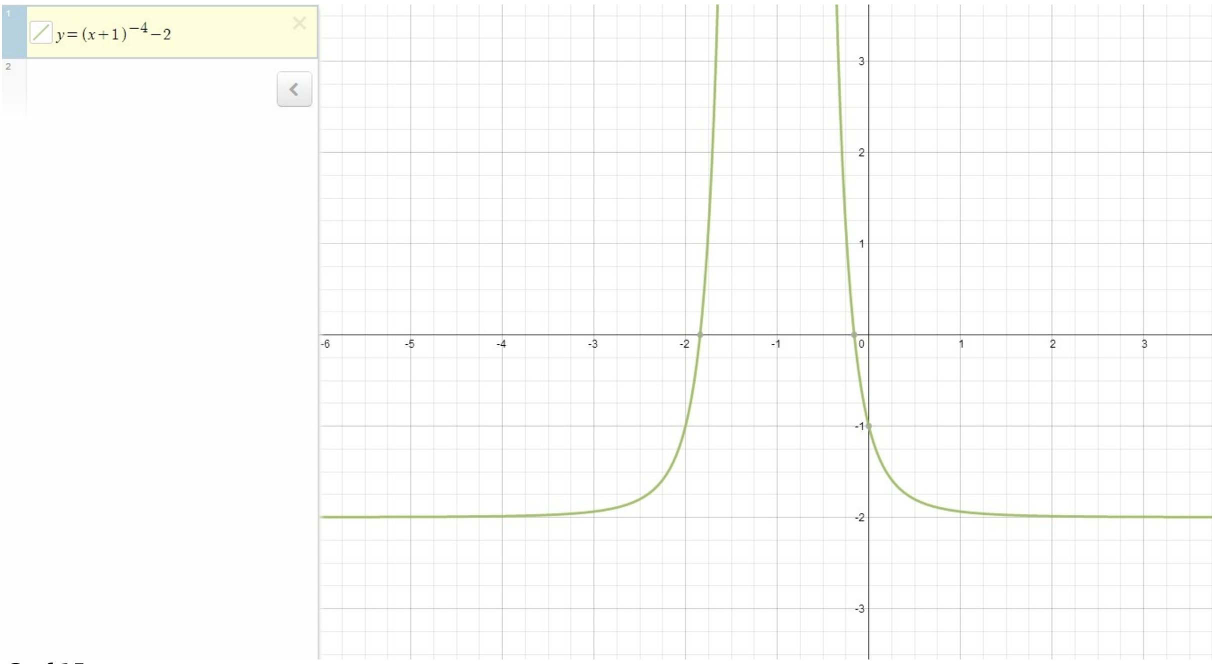

*Graf 12*




*Graf 13*




*Graf 14*




*Graf 15*

# Literatura

JIRÁSEK, František. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 361 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4955-0.

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť*. 6. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 142 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6042-X.

Webová aplikace https://www.desmos.com/calculator

| | |
|---|---|
| Registrační číslo | CZ.1.07/1.5.00/34.0577 |
| Šablona | IV/2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol |
| Tematická oblast | Funkce, rovnice a jejich užití |
| Název | Mocninné funkce |
| Číslo DUM | 24. 04. 2013 |
| Autor | Mgr. Pavel Nekvinda |
| Ověřeno ve výuce dne | 24. 04. 2013 |
| Předmět | Matematika |
| Ročník | P2 |
| Anotace, klíčová slova, metodický pokyn | Pracovní list s vysvětlením a grafy jednotlivých typů mocninných funkcí. |
| Pokud není uvedeno jinak, použitý materiál je z vlastních zdrojů autora. | |