



Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ

Mnohočleny

Digitální učební materiál

VY_42_inovace_M1_108

18. 02. 2014

Mgr. Pavel Někvinda

Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu *Individualizace a inovace výuky*
v rámci OP *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Mnohočleny

Proměnná

Aritmetika se zabývá počítáním s čísly. Hovořili jsme o určování počtu a početních operacích. A jelikož jsme sčítali jablka s jablky, na jablka jsme mohli jednoduše zapomenout: $3 + 2 = 5$. Chceme-li sčítat jablka a hrušky a při tom je nepomíchat, je na to aritmetika krátká.

Algebra ale používá proměnné. To jsou jakési košíčky¹, které můžeme plnit čímkoli dle vlastní vůle a potřeby. Protože manipulace s nádobami je obtížná a nepraktická, značí se proměnné (zpravidla malými) písmeny. Různé písmenko značí různý typ hrnečku, různé ovoce atd. A ovoce lze také zpracovávat.

Příklad

a	jablka	1. st.
b	hrušky	1. st.
3a	tři jablka	1. st.
3b	tři hrušky	1. st.
a ²	jablečná přesnídávka	2. st.
b ²	hrušková přesnídávka	2. st.
3ab	tři jablkohruškové přesnídávky (řádně rozmixované a promíchané)	2. st.
c	švestky	1. st.
c ²	švestková přesnídávka	2. st.
c ³	povidla	3. st.
c ⁴	slivovice	4. st.
7a - 6b + 5c ⁴ + 4c ³ - 3ab - 2a ² - c ² + 0,5 c	sedm jablek bez šesti hrušek a k tomu pět slivovic a čtvero povidel, odebereme tři jablkohruškové přesnídávky, dvě jablečné a jednu švestkovou přesnídávku a navrch přidáme švestky jenom půl	

Člen (Monom)

Jednoduché vyjádření (viz předchozí příklady krom posledního) nazýváme *člen*. Algebraický člen má dvě části: koeficient a proměnnou.

Proměnná - jakýsi košíček, či dortík²

a^2bc^4

$3a^2bc^4$

Koeficient - udává počet košíčků

3

A sčítání košíčků je jednoduché jako sčítání všech věcí

$$3a^2bc^4 + 7a^2bc^4 = \underline{10a^2bc^4}$$

Stupeň členu (jednotlivé proměnné) - ten si můžeme představit jako stupeň zpracování - se sčítáním a odčítáním nemění!

$$3a^2bc^4 + 7a^2bc^4 = \underline{10a^2bc^4}$$

1 Karkulka měla v košíčku bábovku, láhev vínečka a kytičku; v jiném košíčku byl dočasně ubytovaný Plaváček.

2 Pejsek s košíčkou do svého dortíku použilo mnoho mnoho těch nejlepších pochoutek.

Mnohočlen (polynom)

Polynom je algebraický výraz, který se skládá z jednotlivých členů.

$7a - 6b + 5c^4 + 4c^3 - 3ab - 2a^2 - c^2 + 0,5c$ je osmičlen (má osm členů: $7a$; $-6b$; $5c^4$; $4c^3$; $-3ab$; $-2a^2$; $-c^2$; $0,5c$)

$7a - 6b + 5c^4 + 4c^3 - 3ab - 2a^2 - c^2 + 0,5c$ je polynom tří proměnných (proměnné: a ; b ; c)

$7a - 6b + 5c^4 + 4c^3 - 3ab - 2a^2 - c^2 + 0,5c$ je čtvrtého stupně (jako člen nejvyššího stupně: $5c^4$)

$7a - 6b + 5c^4 + 4c^3 - 3ab - 2a^2 - c^2 + 0,5c$ má koeficienty jednotlivých členů: 7 ; -6 ; 5 ; 4 ; -3 ; -2 ; -1 ; $0,5$

$-7a + 6b - 5c^4 - 4c^3 + 3ab + 2a^2 + c^2 - 0,5c$ je opačný polynom (opačné koeficienty: -7 ; 6 ; -5 ; -4 ; 3 ; 2 ; 1 ; $-0,5$)

Sčítání a odčítání polynomů

Polynomy se sčítají (odčítají) tak, že se sčítají (odčítají) koeficienty sobě odpovídajících (stejný mix stejných proměnných stejných stupňů) členů jednotlivých polynomů.

Příklad

$$(7a - 6b + 5c^4 + 4c^3 - 3ab - 2a^2 - c^2 + 0,5c) + (2c^4 - c^3 + c^2 + 7a^2 - 3ab - 7a - 3b - 2,5c) =$$

$$(7a - 6b + 5c^4 + 4c^3 - 3ab - 2a^2 - c^2 + 0,5c) + (2c^4 - c^3 + c^2 + 7a^2 - 3ab - 7a - 3b - 2,5c) =$$

$$0a - 9b + 7c^4 + 3c^3 - 6ab + 5a^2 - 0c^2 - 2c = \underline{7c^4 + 3c^3 + 5a^2 - 6ab - 9b - 2c}$$

$$(7a - 6b + 5c^4 + 4c^3 - 3ab - 2a^2 - c^2 + 0,5c) - (2c^4 - c^3 + c^2 + 7a^2 - 3ab - 7a - 3b - 2,5c) =$$

$$(7a - 6b + 5c^4 + 4c^3 - 3ab - 2a^2 - c^2 + 0,5c) - (2c^4 - c^3 + c^2 + 7a^2 - 3ab - 7a - 3b - 2,5c) =$$

$$14a - 3b + 3c^4 + 5c^3 + 0ab - 9a^2 - 2c^2 - 3c = \underline{3c^4 + 5c^3 - 2c^2 - 9a^2 + 14a - 3b + 3c}$$

Násobení členu členem

Při násobení členu členem se násobí koeficienty i proměnné³ obou členů. Výsledný člen má stejný stupeň jako součet stupňů jednotlivých členů.

Příklad

$$5a^2bc^4d \cdot 7a^3b^2c^5 = 35a^5b^3c^9d$$

$$5a^2bc^4d \cdot 7a^3b^2c^5 = 35a^5b^3c^9d$$

3 Při násobení mocnin stejných základů se exponenty sčítají

$$a^2 \cdot a^3 = a^5$$

$$a \cdot a \cdot a \cdot a = a \cdot a \cdot a \cdot a$$

Násobení polynomu polynomem

Každý člen jednoho polynomu je třeba vynásobit každým členem druhého polynomu (každý s každým).

Příklad

$$(5a^2bc^4 + 3ab^3 - 2c^4) \cdot (7a^3b^2c^5 - 4b^3c) = 35a^5b^3c^9 - 20a^2b^4c^6 + 21a^4b^6c^5 - 12ab^6c - 14a^3b^2c^9 + 8b^3c^5$$

Dělení členu členem (krácení⁴)

Při dělení členu členem se dělí koeficienty i proměnné⁵ obou členů. Výsledný člen má stejný stupeň jako rozdíl stupňů jednotlivých členů.

Příklad

$$21a^5b^4c^3 : 3a^3b^2c^5 = 7a^2b^2c^{-2}$$

Dělení polynomu členem (krácení)

Každý člen polynomu je třeba členem vydělit.

Příklad

$$(21a^5b^4c^3 + 3a^3b^3 - 6c^5) : (3a^3b^2c^5) = 7a^2b^2c^{-2} + bc^{-5} - 2a^{-3}b^{-2}$$

4 Krácení není vyšrtávání stejných znaků.

5 Při dělení mocnin stejných základů se exponenty odčítají

$$a^5 : a^3 = a^2$$

$$(a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) : (a \cdot a \cdot a) = a \cdot a$$

Cvičení

1. Upravte

a) $(2a+7)+(3a-4)-(a-9)=$

b) $8b-[7b-(2b-1)]=$

c) $4c-2y-\{5y-[8c-(c+y)]+3c-9y\}=$

d) $-5d-[-4x+3y-(y-1)+8]=$

e) $3e^2+[2e^2-2e-(e-5e)]=$

2. Zjednodušte

a) $(a+b) \cdot a - (a-b) \cdot b - (a+b) \cdot b - (a-b) \cdot a =$

b) $b \cdot (8a+8b) - 3(5ab-4a^2) + 4b(a-2b) =$

c) $2c^6 - c^2 \cdot (3c^2 - 5c^3) - c^3 \cdot (2c^2 + 2c^3) =$

d) $d^2(d^2+d^3+d^4) - d^3(d^2-d^3+d^4) + d^4(d^2+d^3-d^4) =$

3. Zapište jako polynom

a) $(a+2) \cdot (a-3) =$

b) $(b+z+2) \cdot (z-3) =$

c) $(c^2+c+1)(c-1) =$

d) $(d+1)(d+2) - (d+1)(d-3) =$

e) $(e^2+ez-z^2) \cdot (e-z) - (e^3-z^3) =$

f) $(f+1)(f+2)(f-3) =$

4. Krátte

a) $a^2 b^3 c^4 : abc^3 =$

b) $45 a^2 b^3 : (-5 ab) =$

c) $(2ab - 3bc) : (-b) =$

d) $(20b^4 + 96b^3 + 36b^2) : 4b =$

e) $(45x^4 - \frac{3}{7}x) : 3x =$

f) $(15x^5 + 5x^3 - x^2) : (-5x^2) =$

Řešení

1. a) $4a + 12$ b) $b + 1$ c) $8c + y$ d) $-5d + 4x - 2y - 9$ e) $5e^2 + 2e$
2. a) 0 b) $3a(4a-b)$ c) $3c^4(c-1)$ d) $d^4(1+3d^2-d^4)$
3. a) $a^2 - a - 6$ b) $z^2 - z + bz - 3b - 6$ c) $c^3 - 1$ d) $5(d + 1)$
e) $2z^2(z - e)$ f) $f^3 - 7f - 6$
4. a) ab^2c b) $-9ab^2$ c) $-2a + 3c$ d) $5b^3 + 864b^4$ e) $15x^3 - \frac{1}{7}$
f) $-3x^3 - x + \frac{1}{5}$

Literatura

JIRÁSEK, František. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 361 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4955-0.

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť*. 6. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 142 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6042-X.