



Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ

## Procenta

Digitální učební materiál

VY\_42\_inovace\_M1\_105

15. 11. 2013

Mgr. Pavel Někvinda

Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu *Individualizace a inovace výuky*  
v rámci OP *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Procenta

Mnoha lidem činí použití procent problémy, ať už z jejich nepochopení, z nepozornosti nebo kvůli nepřiměřené snaze o stručnost.

### Co je to procento

Části celku vyjadřují zlomky. *Jmenovatel* nám praví, na kolik dílků jsme rozkrájeli pomyslný koláč a *čitatel* vyjadřuje počet příslušných dílků, které složí naši část. Porovnání různých částí stejných koláčů nemusí být snadné.

#### Příklad

Uspořádejte zlomky od nejmenšího po největší:  $\frac{54}{71}$ ;  $\frac{51}{68}$ ;  $\frac{13}{17}$ ;  $\frac{53}{71}$ .

Zcela zřejmě platí:  $\frac{53}{71} < \frac{54}{71}$ .

Ale jak na tom jsou ostatní zlomky?  $\frac{53}{71} < \frac{51}{68} < \frac{54}{71} < \frac{13}{17}$

Pokud jsou všechny dílky stejně velké - všechny koláče jsou rozřezané stejně - zlomky mají stejné jmenovatele, stačí porovnat čitatele.

A tak se pro rychlou a jasnou domluvu kdysi dávno Evropané (potomci římské kultury) domluvili, že všechny své koláče budou rozřezávat na sto stejných dílků. Jeden takový dílek nazvali **procento**<sup>1</sup>. V používané značce % snadno odhalíme zlomkovou čáru, která se jaksi na šikmo vklíní mezi dvě nuly oné stovky.<sup>2</sup>

*Jedno procento (1 %) je jedna setina celku (0,01 celku).*

$$1 \% \text{ z } X = \frac{X}{100} = 0,01 \cdot X$$

Procento samo o sobě **nemá** smysl! Smysl dává jen procento z něčeho (ze základu, celku ...).

Každému počtu procent odpovídá (desetinné) číslo a zlomek:

1 %	~ 0,01	~ $\frac{1}{100}$	50 %	~ 0,5	~ $\frac{1}{2}$
10 %	~ 0,10	~ $\frac{1}{10}$	25 %	~ 0,25	~ $\frac{1}{4}$
100 %	~ 1,00	~ $\frac{1}{1}$	30 %	~ 0,3	~ $\frac{3}{10}$
123 %	~ 1,23	~ $\frac{123}{100}$	33,3 %	~ 0,3	~ $\frac{1}{3}$

1 Jméno pochází z latinského *per cento* - na sto, děleno stem

2 10 % ... deset procent

10% ... desetiprocentní

... vaše zisky vyjádřete v % vašich nákladů ...

... vaše zisky vyjádřete v procentech vašich nákladů ...

(mezera)

(bez mezery)

chybně - znak bez číselné hodnoty

správně - vypsáno slovem

## Elementární úlohy o procentech

Nejprve si uvědomme základní poměry trojčlenky (čím větší díl, tím víc procent → **přímá úměra**)

**ZÁKLAD** ..... 100 %

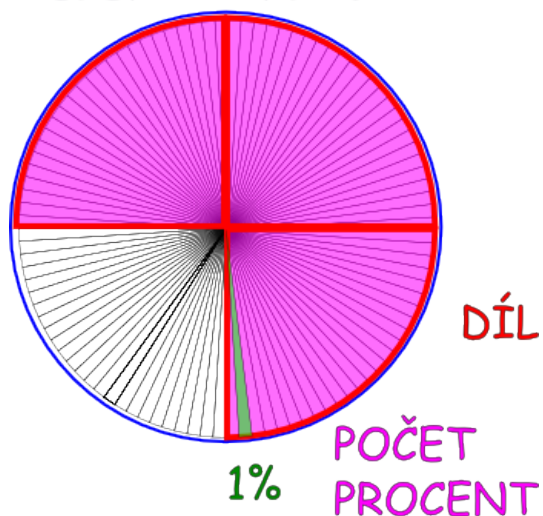
**DÍL** ..... **POČET %**

$$\frac{\text{DÍL}}{\text{ZÁKLAD}} = \frac{\text{POČET \%}}{100 \%}$$

100 dílků ..... 100 %

$\frac{3}{4}$  ze 100 dílků ..... 75 %

**CELEK - ZÁKLAD - 100 %**



Základní úlohy pro počítání s procenty jsou tedy pouze **tři**.

1. Určit **POČET %**
2. Určit **DÍL**
3. Určit **ZÁKLAD**

Každá z těchto úloh se dá vyřešit hned několika způsoby. My si ukážeme řešení

- A) pomocí trojčlenky
- B) „přes jedno procento“
- C) šikovně a jednoduše (třeba i s pomocí kalkulačky)

### Promile<sup>3</sup> ‰

Počítání v promilích je zcela obdobné jen s jediným rozdílem: **základ . . . . 1 000 ‰**

Největší potíž při počítání s procenty není v počtech nebo matematice, ale v mateřském - českém jazyku. Chybující lidé zpravidla vůbec **nepochopí smysl zadání**. Tady je ale každá rada drahá, nepomůže ani svěcená voda a v apatice se to taky nekoupí. Ten, kdo hledá jakýsi mechanismus („jak se to jenom dělá?“) a nechce se alespoň trošičku (lehčí už to být ani nemůže!) zamyslet (myšlení bolí!), je na nejlepším, široké a dlážděné cestě do horoucích počítařských (protože tohle matematika není) pekel.

3 Znak ‰ na klávesnici není. Vkládat lze několika způsoby:

1. **Vložit / Symbol** (Speciální znak)
2. Uživatelé MS Windows - stisknout klávesu **levý Alt** a na číselné klávesnici zadat kód **0137**
3. Pro znalé: **UNICODE 2030**

## Příklad 1 A

POČET % trojčlenka

Určete, kolik procent je 15 Kč z 300 Kč.

Určete, kolik procent je 15 Kč z 300 Kč.

$$\begin{array}{r}
 300 \text{ Kč} \dots\dots\dots 100 \% \\
 15 \text{ Kč} \dots\dots\dots x \% \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\frac{x}{100 \%} = \frac{15 \text{ Kč}}{300 \text{ Kč}}$$

$$x = \frac{15 \text{ Kč}}{300 \text{ Kč}} \cdot 100 \%$$

$$\underline{x = 5 \%}$$

## Příklad 1 B

POČET % přes jedno procento

Určete, kolik procent je 15 Kč z 300 Kč.

Určete, kolik procent je 15 Kč z 300 Kč.

$$\begin{array}{r}
 300 \text{ Kč} \dots\dots\dots 100 \% \\
 300 : 100 = 3 \text{ Kč} \dots\dots\dots 1 \% \\
 15 \text{ Kč} \dots\dots\dots x = 15 : 3 = 5 \% \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\underline{x = 5 \%}$$

Jedno procento je stokrát menší než sto procent  
 Kolikrát se jedno procento vejde do dílu

## Příklad 1 C

POČET % šikovně a jednoduše

Určete, kolik procent je 15 Kč z 300 Kč.

Určete, kolik procent je 15 Kč z 300 Kč.

$$\begin{array}{r}
 300 \text{ Kč} \dots\dots\dots 100 \% \\
 15 \text{ Kč} \dots\dots\dots x \% \\
 \hline
 \end{array}$$

$$x = \frac{15}{300} = 15 : 300 = 0,05$$

Pěti setinám odpovídá pět procent

$$x = 0,05 \cdot 100$$

$$\underline{x = 5 \%}$$

## Příklad 2 A

DÍL trojčlenka

Určete, kolik (Kč) je 15 % z 300 Kč.

Určete, kolik (Kč) je 15 % z 300 Kč.

$$\begin{array}{l} 300 \text{ Kč} \dots\dots\dots 100 \% \\ \underline{x \text{ Kč} \dots\dots\dots 15 \%} \end{array}$$

$$\frac{x}{300 \text{ Kč}} = \frac{15 \%}{100 \%}$$

$$x = \frac{15 \%}{100 \%} \cdot 300 \text{ Kč}$$

$$\underline{x = 45 \text{ Kč}}$$

## Příklad 2 B

DÍL přes jedno procento

Určete, kolik (Kč) je 15 % z 300 Kč.

Určete, kolik (Kč) je 15 % z 300 Kč.

$$\begin{array}{l} 300 \text{ Kč} \dots\dots\dots 100 \% \\ 300 : 100 = 3 \text{ Kč} \dots\dots\dots 1 \% \\ \underline{x = 3 \cdot 15 = 45 \text{ Kč} \dots\dots\dots 15 \%} \end{array}$$

Jedno procento je stokrát menší než sto procent  
Patnáct procent je patnáctkrát víc než jedno procento

$$\underline{x = 45 \text{ Kč}}$$

## Příklad 2 C

DÍL šikovně a jednoduše

Určete, kolik (Kč) je 15 % z 300 Kč.

Určete, kolik (Kč) je 15 % z 300 Kč.

$$\begin{array}{l} 300 \text{ Kč} \dots\dots\dots 100 \% \\ \underline{x \text{ Kč} \dots\dots\dots 15 \%} \end{array}$$

$$x = 300 \cdot 0,15 = 45$$

Patnáct procent je patnáct setin z celku

$$\underline{x = 45 \text{ Kč}}$$

## Příklad 3 A

## ZÁKLAD trojčlenka

Určete, z kolika (Kč) je 15 % 300 Kč. (Určete, z kolika (Kč) je 300 Kč 15 %.)

Určete, z kolika (Kč) je 15 % 300 Kč.

$$\begin{array}{r} x \text{ Kč} \dots\dots\dots 100 \% \\ 300 \text{ Kč} \dots\dots\dots 15 \% \end{array}$$

$$\frac{x}{300 \text{ Kč}} = \frac{100 \%}{15 \%}$$

$$x = \frac{100 \%}{15 \%} \cdot 300 \text{ Kč}$$

$$\underline{x = 2\,000 \text{ Kč}}$$

## Příklad 3 B

## ZÁKLAD přes jedno procento

Určete, z kolika (Kč) je 15 % 300 Kč.

Určete, z kolika (Kč) je 15 % 300 Kč.

$$\begin{array}{r} 300 \text{ Kč} \dots\dots\dots 15 \% \\ 300 : 15 = 20 \text{ Kč} \dots\dots\dots 1 \% \end{array}$$

Jedno procento je patnáctkrát menší než patnáct procent

$$x = 20 \cdot 100 = 2\,000 \text{ Kč} \dots\dots 100 \%$$

Sto procent (základ) je stokrát víc než jedno procento

$$\underline{x = 2\,000 \text{ Kč}}$$

## Příklad 3 C

## ZÁKLAD šikovně a jednoduše

VÁŠ UČITEL NEDOPORUČUJE<sup>4</sup>

Určete, z kolika (Kč) je 15 % 300 Kč.

Určete, z kolika (Kč) je 15 % 300 Kč.

$$\begin{array}{r} 300 \text{ Kč} \dots\dots\dots 15 \% \\ x \text{ Kč} \dots\dots\dots 1 \% \end{array}$$

$$x = 300 : 0,15 = 2\,000$$

$$\underline{x = 2\,000 \text{ Kč}}$$

4 Tento způsob výpočtu zdá se mi poněkud nešťastným. V Příkladu 2C můžete snadno a výhodně násobit a to snadné je. Při dělení ale záleží na tom, co dělíme a čím dělíme - záměna má zhoubné následky! Další nebezpečí číhá v tom, že si musíte zapamatovat, kdy dělit a kdy násobit. A jelikož to už zavání mechanismem, snadno se to poplete. Úlohy tohoto typu (určit základ) řešte raději jiným způsobem.

**Doporučený způsob výpočtu**

Nikdy byste se neměli spokojit s jediným způsobem, jak věci (a to myslím obecně, ne jenom úlohy s procenty a matematiku) řešit. V různých situacích může být jiné řešení snadnější, jindy nezbyvá než odvést kus lopoty.

Sestavování trojčlenky je zdlouhavé a psavé a ... a ne vždy nutné. Ale když je nouze nejvyšší, trojčlenka přítel nejbližší! **Trojčlenka se opírá o zdravý rozum** - nechcete snad tvrdit, že ten vám chybí.

**Příklad 1 C****POČET %** šikovně a jednoduše

Určete, kolik procent je 15 Kč z 300 Kč.

Určete, **kolik procent** je **15 Kč z 300 Kč**.

300 Kč ..... 100 %  
15 Kč ..... x %

$$x = \frac{15}{300} = 15 : 300 = 0,05$$

Pěti setinám odpovídá pět procent

$$x = 0,05 \cdot 100$$

$$\underline{x = 5 \%}$$

**Příklad 2 C****DÍL** šikovně a jednoduše

Určete, kolik (Kč) je 15 % z 300 Kč.

Určete, **kolik (Kč)** je **15 % z 300 Kč**.

300 Kč ..... 100 %  
x Kč ..... 15 %

$$x = 300 \cdot 0,15 = 45$$

Patnáct procent je patnáct setin z celku

$$\underline{x = 45 \text{ Kč}}$$

**Příklad 3 B****ZÁKLAD** přes jedno procento

Určete, z kolika (Kč) je 15 % 300 Kč.

Určete, **z kolika (Kč)** je **15 % 300 Kč**.

300 Kč ..... 15 %  
 300 : 15 = 20 Kč ..... 1 %

Jedno procento je patnáctkrát menší než patnáct procent

$$\underline{x = 20 \cdot 100 = 2\,000 \text{ Kč} \dots\dots 100 \%}$$

Sto procent (základ) je stokrát víc než jedno procento

$$\underline{x = 2\,000 \text{ Kč}}$$

**Cvičení 1**

## 1. Určete

- |                |                  |
|----------------|------------------|
| a) 15 % z 850  | f) 140 % z 1 300 |
| b) 21 % z 420  | g) 65 % z 1 200  |
| c) 3 % z 500   | h) 18 % z 94     |
| d) 105 % z 300 | i) 200 % z 95    |
| e) 8 % z 94    | j) 123,4 % z 987 |

## 2. Určete základ

- |                  |                |
|------------------|----------------|
| a) 6 % je 42     | f) 5 % jsou 3  |
| b) 23 % je 18,63 | g) 45 % je 990 |
| c) 9 % je 37,9   | h) 20 % je 45  |
| d) 5,2 % je 7,28 | i) 25 % je 13  |
| e) 12 % je 6,72  | j) 30 % je 66  |

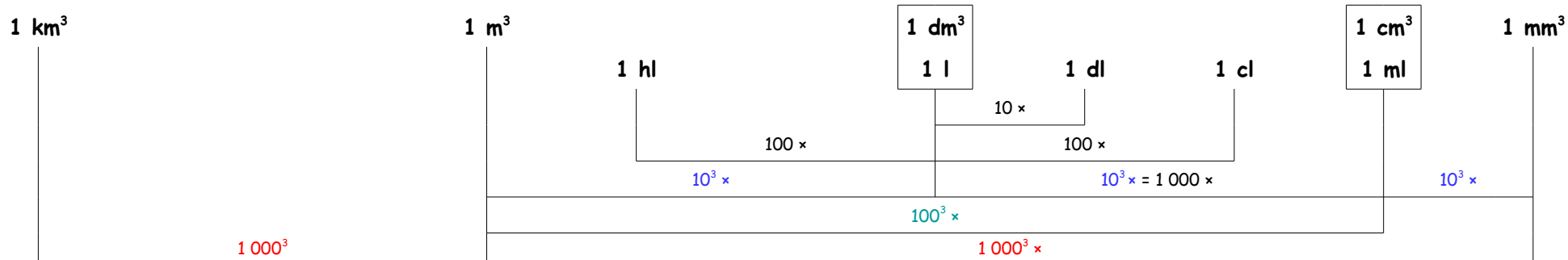
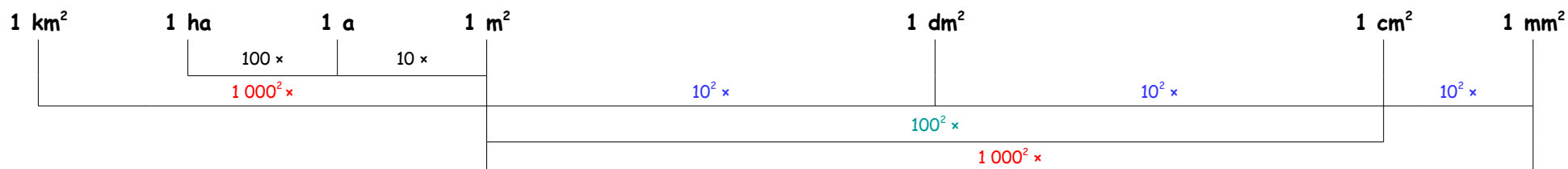
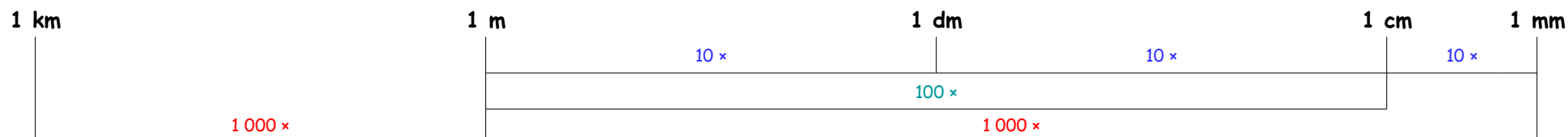
3. Určete, kolik procent je<sup>5</sup>

- |  |   |
|--|---|
| a) 351 km z 900 km                       | g) 168 Kč z 2 400 Kč                    |
| b) 120 l ze 750 l                        | h) 5 dm <sup>2</sup> z 1 m <sup>2</sup> |
| c) 64 h z 80 h                           | i) 60 a z 3 ha                          |
| d) 143 ha ze 130 ha                      | j) 33 kusů z 15 kusů                    |
| e) 85 cm <sup>3</sup> ze 255 dl          | k) dva tucty z jedné kopy               |
| f) 24 m <sup>2</sup> z 25 m <sup>2</sup> | l) 20 % z 15 %                          |

---

5 K těmto úlohám si zopakujte převody jednotek; drobný návod najdete na následující straně.

### Převodní vztahy délkových, čtverečných a krychlových jednotek a jednotek duté míry



### Předpony jednotek a jejich význam

kilo k 1 000 × více  
 hekto h 100 × více

deci d 10 × méně  
 centi c 100 × méně  
 mili m 1 000 × méně

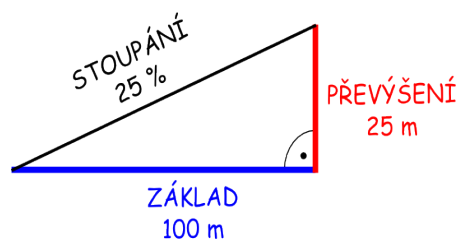
## Jednoduché slovní úlohy s procenty

Většina chyb pochází z toho, že není správně vyjádřeno nebo pochopeno, z jaké základní hodnoty se procentní podíl počítá. Při počítání s procenty je třeba vždy mít na paměti, o procenta jakého základu se jedná (podobně jako při práci se zlomky je třeba znát jak čitatele, tak jmenovatele těchto zlomků).

### Cvičení 2

1. Mirka se učí psát na stroji. V posledním diktátě o 160 slovech napsala 5 % slov chybně. V kolika slovech chybovala?
2. Cestovní kancelář nabízí týdenní letecký zájezd do Turecka za 12 500 Kč. Pro děti do patnácti let dává slevu 15 %. Kolik stojí zájezd pro čtyřčlennou rodinu s dvěma dětmi mladšími patnácti let?
3. Běžecké lyže byly v jarním výprodeji zlevněny o 14 % původní ceny a prodávají se za 1 247 Kč. Kolik stály před slevou?
4. K obci Petrov patří rozlehlé pozemky, na kterých jsou louky a lesy. Kolik hektarů pozemků obec vlastní, jestliže 38 ha luk tvoří 41,75 % celkové rozlohy pozemků?
5. Pavla zasela do truhlíku 45 semínek aster. Vzrostlo jí však pouze 38 sazenic. Kolik procent semínek se ujalo?
6. V dílně měli podle plánu vyrobit 180 součástek denně. Jeden den jich pro poruchu na zařízení vyrobili pouze 171, druhý den však výpadek nahradili a vyrobili 189 součástek. Vyjádřete v procentech plnění plánu v obou dnech.
7. Ze stanice Železná ruda (790 m n. m.) vede železniční trať průměrným stoupáním<sup>6</sup> 15 % do stanice Špičák. Ta je podle mapy vzdálena od Železné rudy 3 km. Určete nadmořskou výšku stanice Špičák.
8. Původní cena málo prodejného zboží v březnu byla 5 999 Kč. Dva prodejci výrobek postupně každý měsíc zlevňovali. První postupně o 20 %, o 30 % a o 50 %. Druhý postupně o 50 %, o 30 % a o 20 %.
  - a) Není zboží zadarmo? (Sleva: 20 % + 30 % + 50 % = 100%)
  - b) Určete, kolik stálo zboží v dubnu, květnu a červnu u prvního i druhého prodejce. Výsledky uspořádejte do tabulky.

6 Stoupání nebo klesání je geometrický sklon úseku cesty (silnice, kolejí apod.) neboli úhel mezi vodorovnou rovinou a cestou. Pro technické účely se obvykle udává v procentech. Například stoupání 5 % znamená, že ujde-li cestovatel kolmo na vrstevnici 100 metrů ve směru svislého průmětu (po mapě), vystoupá přitom o 5 výškových metrů. V opačném směru by o stejný počet výškových metrů poklesl. Klesání 100 % tedy **není** kolmo dolů, ale znamená, že na 100 m vodorovné vzdálenosti klesneme o dolů o 100 m - úhel klesání je tedy 45°.



## 9. Domácí úloha

Určete, kolik promile alkoholu v krvi má dospělý člověk, vypije-li:

- a) jedno pivo
- b) „velký panák“ rumu
- c) „dvě deci“ vína

Zjistěte objem jednoho piva, „velkého panáku“, „dvou deci“, objem krve v těle dospělého člověka; zjistěte obsah alkoholu v pivě, tvrdém alkoholu a víně.

Předpokládejte, že náš plnoletý experimentátor ve svém organismu alkohol **neodbourává** - veškerý alkohol se smísí s krví! V žádném případě se nepokoušet experimentovat na sobě!

## Řešení

### Cvičení 1

1a)	127,5	1f)	1 820
1b)	88,2	1g)	780
1c)	15	1h)	16,92
1d)	315	1i)	190
1e)	7,52	1j)	121 795,8
2a)	700	2f)	60
2b)	81	2g)	2 200
2c)	421,1	2h)	225
2d)	140	2i)	52
2e)	56	2j)	220
3a)	39 %	3g)	7 %
3b)	16 %	3h)	5 %
3c)	80 %	3i)	20%
3d)	110 %	3j)	220 %
3e)	0,3 %	3k)	40 %
3f)	96 %	3l)	3 % (! Odlišná úloha než v 3!)

**Cvičení 2**

1) 8

2) 46 250 Kč

3) 1 450 Kč

4) 91 ha

8b)

5)  $84,\bar{4}$  %

6) 95 %, 105 %

7) 835 m n. m.

8a) Ne, není.

	A	B
III.	5 999	5 999
IV.	1 200	3 000
V.	360	900
VI.	180	180

## Literatura

HERMAN, Jiří. *Matematika: sekunda*. 2. vyd. Praha: Prometheus, 2007, 166 s. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-238-0.

Procento. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2013-11-16]. Dostupné z: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Procento>

Stoupání. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2013-11-16]. Dostupné z: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Stoup%C3%A1n%C3%AD>

Registrační číslo	CZ.1.07/1.5.00/34.0577
Šablona	IV/2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol
Tematická oblast	Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ
Název	Procenta
Číslo DUM	VY_42_inovace_M1_105
Autor	Mgr. Pavel Nekvinda
Ověřeno ve výuce dne	15. 11. 2013
Předmět	Matematika
Ročník	P1
Anotace, klíčová slova, metodický pokyn	Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením.
Pokud není uvedeno jinak, použitý materiál je z vlastních zdrojů autora.	