Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ

Racionální a iracionální čísla

Digitální učební materiál

VY_42_inovace_M1_104

05. 11. 2013

Mgr. Pavel Nekvinda

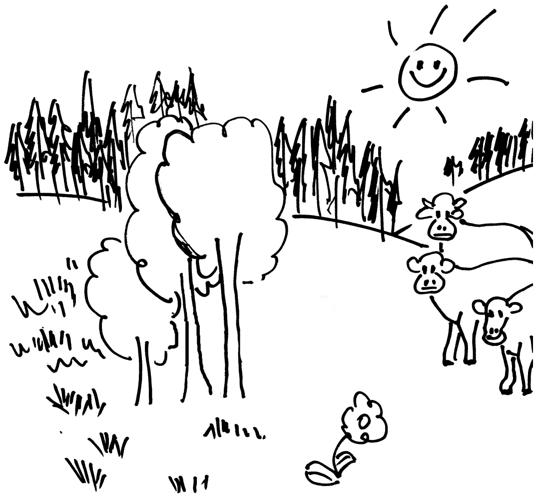
Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu *Individualizace a inovace výuky*
v rámci OP *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením.

Celá čísla *Z*

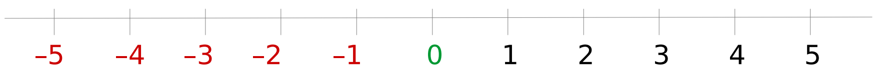


Jak jsme si v předchozím pověděli, že *přirozená čísla* určují počet osob, zvířat a věcí a *nula* rozhodně není přirozené číslo.

Kde se ale taková nula jenom vzala? Pokračujme v naší představě: Náš pradávný člověk dostal hlad a postupně snědl všechny kozy. Kozy byly, ale už nejsou. Kolik máme koz? – nula.

A pokud našeho přítele chuť neopustila, snědl i 3 kozy sousedovi. Jak rozlišit vlastní a sousedovy kozy, majetek a dluh? V 15. století použili pro označení přebytku nebo nedostatku znaménka plus a minus.

Obdobně jako se „přebytky“ (přirozená čísla) dají seřadit na číselné ose, lze na číselnou osu nanést i počty „nedostatku“.



Podle nuly (jakýsi střed číselné osy) se čísla „překlopila“ ještě na druhou stranu. Taková „překlopená“ čísla se značí se znaménkem minus – . Číslo představující jakýsi nedostatek, dluh apod. zpravidla nazýváme **záporné číslo**.

A aby to nebylo tak jednoduché, znaménkem *minus* značíme hned tři věci:

- **záporné číslo** –3 záporné číslo, bod ležící na číselné ose vlevo od 0
- **odčítání** 2 – 5 početní operace
- **opačné číslo** –a číslo ležící na číselné ose na opačné straně od 0 než číslo a (což **nemusí** být záporné číslo)

Příklad

–(2 – 5) = – (–3) = 3
opačné číslo k číslu 4 je –4
opačné číslo k číslu –7 je –(–7) = 7
opačné číslo k číslu $a < 0$ (záporné) je číslo $-a > 0$ (kladné)

Opačná čísla

Opačná čísla je **dvojice** čísel, která leží na číselné ose stejně daleko od nuly.

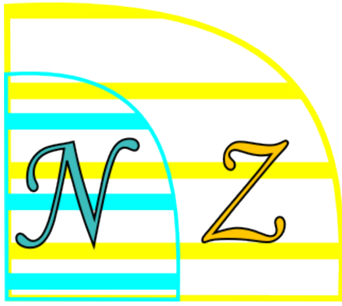
Opačná čísla je **dvojice** čísel, jejichž součet je roven 0.

Množina celých čísel

S přirozenými čísly jsme se, zdá se, narodili. Celá čísla už jsou ale výplodem lidského mozku – myšlení. Celá čísla si člověk vymyslel asi proto, aby mohl začít dělat dluhy.

Při pohledu na číselnou osu by se mohlo zdát, že celých čísel je dvakrát plus jedno k tomu víc než čísel přirozených. Ale není tomu tak! Celých čísel je stejné nekonečno jako přirozených čísel – je jich SPOČETNĚ.

Množinu celých čísel značíme **Z** = {–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3 ...}[1]



I množina celých čísel je tzv. USPOŘÁDANÁ. To znamená, že můžeme rozhodnout, které číslo je větší a které menší (< > =).

Každé celé číslo můžeme znázornit jako bod na číselné ose – větší číslo je víc vpravo.

Každé přirozené číslo je zároveň celým číslem. Ale ne každé celé číslo je přirozené.

Racionální čísla *Q*

V množině *přirozených čísel* můžeme bez obav sčítat a násobit, při odčítání ale hrozí, že se ocitneme mimo přirozená čísla. Odčítat bez obav lze v *celých číslech*, ale nebezpečné je zase dělení.

Nyní se opět vraťme k našim dávných přátelům na louku. Ačkoli krávy nemusíme vidět celé, je nám jasné, že se na louce těžko bude pást půlka krávy. Uspořádali-li jsme ale hostinu a pozvali na na ni i souseda, má smysl hovořit o tom, že polovinu upečené kozy snědli sousedovic a druhou polovinu my. A jelikož člověk je tvor společenský, je **rozumné** se s ostatními **dělit**.

Z latiny[2] pochází slovo *racionální*, což znamená rozumný, vycházející z úvahy, rozumem odůvodněný. Rozumný je jen ten, kdo dokáže věci rozlišovat, rozdělovat, dělit (např.[3] na černé a bílé, dobré a špatné ...).

Čísla, ve kterých lze bez obav i dělit tedy nazýváme *racionální čísla.*

Racionální číslo *q* je každé číslo, které lze zapsat jako zlomek.

$$q=\frac{n}{z} \qquad kde \quad n\in\mathbb{N},\ \ z\in\mathbb{Z}$$

1 **Z** z německého *Zahlen* – čísla

2 *ratio* (lat.) – rozum, rozvaha, účet, podíl
rationabilis (lat.) – rozumný, správný

3 **Pro zpestření** uveďme příklad poněkud odlišného způsobu myšlení – rozdělování věcí.
Jistá čínská encyklopedie uvádí, že zvířata se dělí na a) ta, která patří císaři; b) ta, která jsou nabalzamovaná; c) zdomácnělá zvířata; d) prasata; e) sirény; f) bájná zvířata; g)toulavé psy; h)zvířata obsažená v této klasifikaci; i) ta, která se chovají bláznivě; j) nespočetná; k) nakreslená jemným štětcem z velbloudí srsti; l) a tak dále; m) ta, která rozbila džbán; n) ta která z dálky připomínají mouchy.

Převrácená čísla

Převrácená čísla je dvojice čísel, jejichž součin je roven 1. Např. $2 \quad a \quad \frac{1}{2} \qquad \frac{7}{13} \quad a \quad \frac{13}{7}$

Zápis racionálních čísel

Racionální čísla lze zapisovat několika způsoby

- zlomek — každé racionální číslo — $\frac{13}{6};\ -\frac{3}{1};\ \frac{1}{4}$
- celé číslo — pouze některá — -3
- smíšené číslo — pouze některá — $2\frac{1}{6}$
- číslo s desetinným rozvojem
  - desetinné číslo — pouze některá — $0{,}25$
  - periodické číslo — pouze některá — $2{,}1\overline{6}$

Desetinné číslo má **ukončený** desetinný rozvoj.

Periodické číslo má **neukončený (tj. nekonečný) opakující se (periodický)** desetinný rozvoj.

Zlomek v základním tvaru

Každé racionální číslo můžeme znázornit jako bod na číselné ose.

Tentýž bod na číselní ose ale může „pojmenovat" hned několika způsoby. Např. Takto lze „pojmenovat" bod na číselné ose, který leží přesně mezi 0 a 1: $\frac{5}{2}; 2\frac{1}{2}; 2{,}5; \frac{10}{4}; \frac{20}{8}; \frac{100}{40} \ldots$.

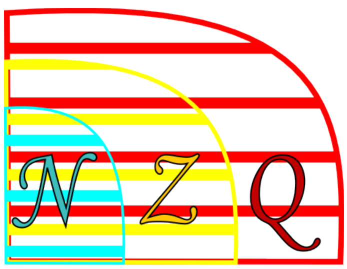
Zlomek v základním tvaru je nejjednodušší „pojmenování" bodu na číselné ose zlomkem. Je to vyjádření, kdy čitatel a jmenovatel zlomku jsou čísla nesoudělná, tj. jejich jediným společným dělitelem je pouze číslo jedna: $\frac{n}{z} \quad kde\, D(n,z)=1$.

Množina racionálních čísel

Množinu racionálních čísel značíme **Q**[4].

Množina racionálních čísel je USPOŘÁDANÁ (< > =) HUSTĚ (mezi každými dvěma racionálními čísly lze **vždy** najít další racionální číslo.

A ačkoli se to může zdát neuvěřitelné, je i racionálních čísel SPOČETNĚ – stejně jako čísel přirozených.



4 **Q** z latinského *quotient* - podíl

Racionální čísla vyplňují číselnou osu sice hustě, ale, jak ukázali již antičtí mudrcové, jsou body, které pojmenovat zlomkem nelze. To vedlo dokonce k první krizi matematiky[5].

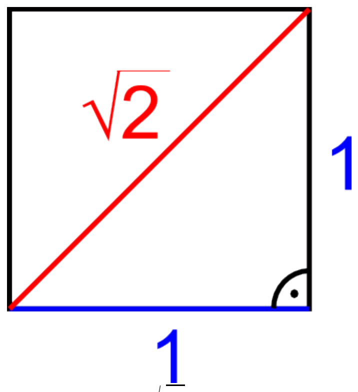
Iracionální čísla Q_i

Iracionální (ne-racionální) čísla nejsou čísla nerozumná, ale spíš čísla, která nám rozum jen tak nebere.

Iracionální číslo je každé číslo, které nelze zapsat jako zlomek.

Iracionální čísla nelze obvyklými způsoby přesně ani zapsat – mají totiž **nekonečný neperiodický** desetinný rozvoj! Takové číslo bychom zapisovali celý život, umřeli bychom a stejně bychom se k cíli nedobrali. Proto pro zápis iracionálních čísel používáme zvláštní symboly a znaky. Pro praktické výpočty pak používáme **pouze přibližnou** hodnotu (to záleží na přesnosti s jakou potřebujeme počítat[6].

Nejstarší (již z antiky – objev je připisován matematikovi Pythagorovy školy jménem Hippasus, který dokázal, že úhlopříčka jednotkového čtverce nemůže být vyjádřena racionálním číslem. Podle pověsti byl Hippasus svržen z lodi do moře a utopen, aby tento objev zůstal utajen) známé iracionální číslo je $\sqrt{2}$. Je to poměr strany a úhlopříčky čtverce.

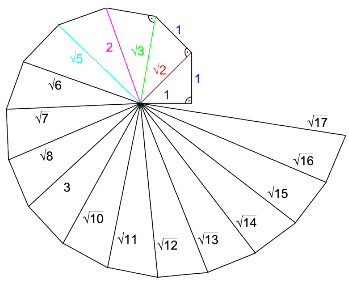


Konstrukce $\sqrt{2}$

A kolik ta $\sqrt{2}$ vlastně je? $\sqrt{2}$ Je přesně $\sqrt{2}$! Jinak takové číslo pomocí číslic celé a přesně zapsat nelze!

A kolik ta $\sqrt{2}$ je **přibližně**?
$\sqrt{2}=1{,}414\,213\,562\,373\,095\,048\,801\,688\,724\,2097\ldots$

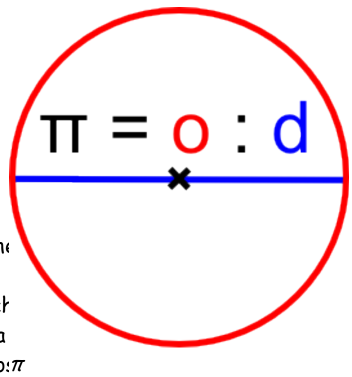
Pro naše potřeby si zapamatujeme $\sqrt{2}\approx 1{,}41$. Při výpočtech dnes zpravidla používáme kalkulačku a ta i iracionální čísla zná s dostatečnou přesností.



Jednoduchá konstrukce druhých odmocnin

$\sqrt{2}$ pomocí číslic jinak přesně zapsat nedokážeme, ale zcela přesně (kupodivu) ji dokážeme zkonstruovat pomocí kružítka a pravítka – konstrukčními prostředky (viz obr). A když už umíme zkonstruovat úsečku o velikosti $\sqrt{2}$, můžeme $\sqrt{2}$ snadno znázornit i na číselné ose.

Právě nejrůznější podobné odmocniny jsou iracionální čísla.



Asi nejpopulárnější číslo je ale **π** – Ludolfovo číslo. Udává poměr délky kružnice a jejího průměru. $\pi=\frac{o}{d}$

5 Matematika zatím prošla třemi krizemi. A jelikož platí slova Fridricha Nietzsche musíte se dnes matematiku učit i vy.

6 Vzdálenost vašeho bydliště a Prahy asi nikdo z vás nebude uvádět v milimetrech Většinou je víc než dostatečná přesnost na desítky kilometrů. Zedníci zpravidla Úsečku v sešitě matematiky budete (ať se vám to líbí nebo ne!) rýsovat s přesno oko nebo mozek musí pracovat s přesností daleko větší než je 1mm!

Již před 4 500 lety používali Egypťané přibližnou hodnotu.

A kolik to π vlastně je? π je přesně π!

A kolik to π je **přibližně**?

$$
\begin{array}{l}
\pi \approx 3,1415926535\ 8979323846\ 2643383279\ 5028841971\ 6939937510\ 5820974944\ 5923078164 \\
0628620899\ 8628034825\ 3421170679\ 8214808651\ 3282306647\ 0938446095\ 5058223172\ 53594 \\
08128\ 4811174502\ 8410270193\ 8521105559\ 6446229489\ 5493038196\ 4428810975\ 6659334461 \\
2847564823\ 3786783165\ 2712019091\ 4564856692\ 3460348610\ 4543266482\ 1339360726\ 02491 \\
41273\ 7245870066\ 0631558817\ 4881520920\ 9628292540\ 9171536436\ 7892590360\ 0113305305 \\
4882046652\ 1384146951\ 9415116094\ 3305727036\ 5759591953\ 0921861173\ 8193261179\ 31051 \\
18548\ 0744623799\ 6274956735\ 1885752724\ 8912279381\ 8301194912\ 9833673362\ 4406566430 \\
8602139494\ 6395224737\ 1907021798\ 6094370277\ 0539217176\ 2931767523\ 8467481846\ 76694 \\
05132\ 0005681271\ 4526356082\ 7785771342\ 7577896091\ 7363717872\ 1468440901\ 2249534301 \\
4654958537\ 1050792279\ 6892589235\ 4201995611\ 2129021960\ 8640344181\ 5981362977\ 47713 \\
09960\ 5187072113\ 4999999837\ 2978049951\ 0597317328\ 1609631859\ 5024459455\ 3469083026 \\
4252230825\ 3344685035\ 2619311881\ 7101000313\ 7838752886\ 5875332083\ 8142061717\ 76691 \\
47303\ 5982534904\ 2875546873\ 1159562863\ 8823537875\ 9375195778\ 1857780532\ 1712268066 \\
1300192787\ 6611195909\ 2164201989\ 3809525720\ 1065485863\ 2788659361\ 5338182796\ 823030 \\
1952\ 0353018529\ 6899577362\ 2599413891\ 2497217752\ 8347913151\ 5574857242\ 4541506959
\end{array}
$$

– to je hodnota s přesností na 1 120 desetinných míst z roku 1948 (ještě bez počítačů!)

$\pi \approx \frac{22}{7}$ – to je přibližná hodnota[7], s kterou pracovali staří Egypťané +0,04 %

$\pi \approx 3,14$ – to je přibližná hodnota, kterou vám do makovice škola napěchoval -0,05 %

$\pi \approx 3,1$ – to je přibližná hodnota, s kterou se dobře počítá z paměti[8] -1,32 %

Dalším zvláštním iracionálním číslem je **e** – Eulerovo číslo. Podle této konstanty probíhají nejrůznější přírodní děje – bortí se atomy, rozmnožují se žáby, mění se počasí ... Zpravidla se o **e** hovoří jako o základu přirozeného logaritmu (což vám teď asi mnoho neřekne).

Zatím si v paměti podržíme alespoň přibližnou hodnotu:

$$e \approx 2,71$$

Pamatujte

$$\sqrt{2} \approx 1,41$$

$$\pi \approx \frac{22}{7} \approx 3,14 \approx 3,1$$

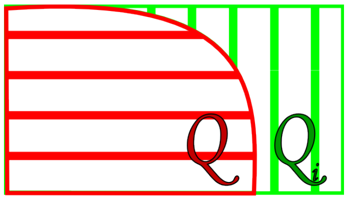
$$e \approx 2,71$$

7 Je vhodné ji používat při výpočtech se zlomky

8 Např. 27 × π > 27 × 3,1 = 27 × 3 + 2,7 = 81 + 2,7 = 83,7 ~ 84 (84,8) (chyba výsledku je 1,3 %, což je v běžném životě pro odhad výsledku velmi málo! Zaokrouhlením vždy nahoru chybu ještě snížíme.)

Množina iracionálních čísel

Množinu racionálních čísel značíme $\mathbf{Q_i}$.



Množina iracionálních čísel je doplňkem množiny racionálních čísel, tzn. Žádné číslo není zároveň racionální i iracionální.

Iracionálních čísel je ale NESPOČETNĚ – podstatně víc než racionálních. Hovoříme o tom, že množina $\mathbf{Q_i}$ má *mohutnost kontinua.*

Iracionální čísla doplňují číselnou osu na celou, plnou (bez děr) přímku.

Reálná čísla *R*

Reálná – skutečná čísla odpovídají všem bodům číselné osy. Množina reálných čísel se značí **R**, je uspořádaná hustě a má mohutnost kontinua. Bez obav v ní můžeme provádět veškeré početní operace (kromě dělení 0, které nedává smysl). Většinu našich řešení bude hledat právě v **R** (z minus nekonečna do plus nekonečna) nebo **R×R** (což představuje všechny body roviny).

Pro zpestření

Veselou historku se složenými zlomky popsal herec Jan Werich ve svém vyprávění z cest po Itálii:

... Před vchodem jednoho krámu v Benátkách jsme s Janou spatřili viset sputnik. Nafukovací, z průhledné gumy, uvnitř s gumovým, rovněž nafukovacím psíkem. Janě jsem připadal jako otec dětina, když jsem se rozhodl, že si jej koupím. Svedl jsem s obchodníkem bitvu o sputnik. Vyhodil cenu. Já ji lomil dvěma, on zanaříkal a žádal čtyři pětiny, původní ceny. Vysmál jsem se mu a připustil, že bych dal tak nejvýš tři pětiny.

Zaskočil mne, vypustil vzduch ze sputniku a dal jej do šuplete, že zavírá. Nedá se nic dělat, povídáni a chci odejít.

Dá se dělat! vola obchodník, nafukuje sputnik a žádá alespoň tři a půl pětiny ceny. Převedu v duchu tři a půl pětiny na třetiny a povídám, že buď dvě a půl třetiny, nebo nic. Tak tedy ano, řekl a zalomil rukama. Zaplatím a nesu si sputnik domů. Na vaporettu jsme to s Janou spočítali s tužkou v ruce a zjistili, že jsem mu dal vlastně o sto jedenáct lir víc, neboť v zápalu smlouvání jsem zapomněl, jaka byla původní cena a patrně jsem se dopustil chyby i při převádění na společného jmenovatele ...

(J. Werich: Úsměv klauna, Čs. spisovatel 1984, str. 86-87.)

Příklady k procvičení

Zápis racionálních čísel

Pamatujte

$\frac{1}{2}=0{,}5$ $\frac{1}{3}=0{,}\overline{3}$ $\frac{1}{10}=0{,}1$

Příklad

Jediné, co si opravdu musíme pamatovat (a to si pamatovat nemusíme, jelikož to ví přece každý) je $\frac{1}{1}=1{,}0$ a měli bychom být schopní násobit a dělit.

$\frac{7}{9}=?$

1. Jedna třetina z 1 je 0,333 3...
2. Jedna devítina je třetina třetiny
3. Třetina z 0,333 3... je třikrát menší → 0,111 1...
4. Sedm něčeho je sem krát větší → 0,777 7...
5. $\frac{7}{9}=0{,}\overline{7}$

Pozorně prozkoumejte

$\frac{1}{2}=0{,}5$	$\frac{1}{5}=0{,}2$	$\frac{3}{10}=0{,}3$	$\frac{1}{3}=0{,}\overline{3}$
$\frac{1}{4}=0{,}25$	$\frac{1}{10}=0{,}1$		$\frac{1}{9}=0{,}\overline{1}$
$\frac{1}{8}=0{,}125$	$\frac{1}{20}=0{,}05$	$\frac{16}{100}=0{,}16$	$\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$
$\frac{1}{16}=0{,}0625$	$\frac{1}{25}=0{,}04$	$\frac{15}{100}=0{,}15$	$\frac{1}{15}=0{,}0\overline{6}$
$\frac{1}{2}=0{,}5$	$\frac{1}{50}=0{,}02$		$\frac{1}{30}=0{,}0\overline{3}$
$\frac{3}{4}=0{,}75$	$\frac{3}{50}=0{,}06$		$\frac{7}{9}=0{,}\overline{7}$
$\frac{5}{8}=0{,}625$	$\frac{1}{20}=0{,}05$		$\frac{5}{6}=0{,}8\overline{3}$
$\frac{3}{16}=0{,}1875$	$\frac{8}{25}=0{,}32$		$\frac{2}{15}=0{,}1\overline{3}$

Cvičení 1

1. *Racionální číslo zapište všemi možnými způsoby (zlomek, číslo s desetinným rozvojem, smíšené číslo …)*

   a) $\frac{19}{5};\ \frac{13}{6};\ \frac{17}{8};\ \frac{23}{9};\ \frac{27}{4};\ \frac{37}{30};\ \frac{11}{25};$

   b) $1\frac{7}{30};\ 2\frac{1}{8};\ 2\frac{3}{11};\ 3\frac{4}{5};\ 2\frac{5}{9};\ 2\frac{1}{6};\ 6\frac{3}{4}$

   c) $2{,}125;\ 2{,}\overline{5};\ 1{,}2\overline{3};\ 3{,}\overline{8};\ 0{,}44;\ 6{,}75;\ 2{,}1\overline{6}$

2. *Znázorněte na číselné ose s jednotkou 3 cm*

   $1{,}2;\ -\frac{3}{5};\ \frac{7}{6};\ -0{,}\overline{6};\ 1\frac{1}{4}$

3. *Vyčíslete:*

   a) $\frac{7}{12}-\frac{1}{3}:\frac{1}{4}-\frac{3}{2}=$

   b) $\frac{1}{6}:(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8})=$

   c) $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}:\frac{3}{4}+\frac{5}{4}=$

   d) $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\cdot(\frac{1}{5}+\frac{4}{30})=$

   e) $\frac{7}{12}-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}-\frac{3}{2}=$

   f) $(-\frac{1}{6}):(\frac{1}{4}-\frac{1}{8}-\frac{1}{2})=$

   g) $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{2}=$

   h) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\cdot(\frac{1}{4}+\frac{5}{12})=$

4. *Vyčíslete:*

   a) $3\frac{2}{5}-3\frac{2}{5}:3{,}4=$

   b) $1{,}75+1\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{11}=$

   c) $0{,}25-\frac{7}{8}:(-1\frac{1}{7})=$

   d) $5\frac{1}{6}+\frac{7}{8}\cdot(-1\frac{1}{7})=$

   e) $2{,}25:(4-\frac{1}{2})=$

   f) $\frac{12}{13}:1\frac{1}{3}-\frac{6}{26}:0{,}5=$

   g) $5\cdot(-\frac{3}{5})-(-5)\cdot(-1\frac{1}{5})=$

   h) $\frac{5}{12}\cdot(-1)-(-2{,}5)\cdot\frac{5}{6}=$

5. *Vyčíslete:*

   a) $\frac{2\cdot(8+7)}{2+8\cdot 7}=$

   b) $\frac{2\cdot 8+7}{2+8\cdot 7}=$

   c) $\frac{2\cdot 8+7}{(2+8)\cdot 7}=$

   d) $\dfrac{2-\frac{11}{6}}{6-(-1\frac{1}{6})}=$

e) $\dfrac{2-\dfrac{7}{3}}{4\cdot 2\dfrac{1}{4}}=$

f) $\dfrac{5\cdot 1\dfrac{1}{5}}{1-\dfrac{2}{5}}=$

6. *Vyčíslete:*

a) $\dfrac{(4\frac{5}{6}-3):(\frac{13}{15}-\frac{1}{5})}{2:(2\frac{3}{4}-\frac{1}{12})}=$

b) $\dfrac{3\frac{2}{5}+1\frac{7}{12}+1\frac{4}{15}}{26\frac{1}{4}:4\frac{1}{5}}=$

c) $[37\frac{4}{5}-(12\frac{3}{10}+4\frac{2}{15})-2\frac{1}{30}]-[21\frac{11}{12}-(10\frac{3}{8}+\frac{3}{16})-4\frac{1}{48}]=$

7. *Vyčíslete:*

a) $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}}{\frac{2}{5}-\frac{3}{4}}=$

b) $\dfrac{\frac{2}{3}-\frac{3}{4}+\frac{1}{6}}{\frac{3}{2}+\frac{4}{3}-\frac{1}{6}}=$

c) $1+\dfrac{1}{1+1}=$

d) $1+\dfrac{2}{3+4}=$

e) $1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+1}}=$

f) $1+\dfrac{2}{3+\dfrac{4}{5+6}}=$

Řešení

1)

$\frac{19}{5}=3\frac{4}{5}=3{,}8$

$\frac{13}{6}=2\frac{1}{6}=2{,}1\overline{6}$

$\frac{17}{8}=2\frac{1}{8}=2{,}125$

$\frac{23}{9}=2\frac{5}{9}=2{,}\overline{5}$

$\frac{27}{4}=6\,3\overline{4}=6{,}75$

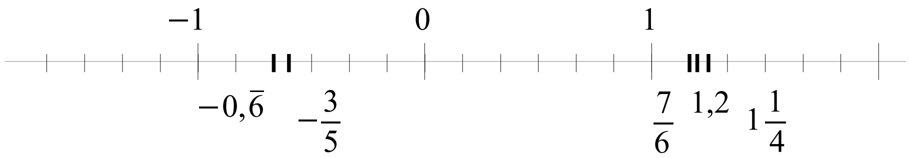
$\frac{37}{30}=1\frac{7}{30}=1{,}2\overline{3}$

$\frac{35}{9}=3\frac{8}{9}=3{,}\overline{8}$

$\frac{25}{11}=2\frac{3}{11}=2{,}\overline{27}$

$\frac{11}{25}=0{,}44$

2)



3)

a) $-2\frac{1}{4}$
b) $-\frac{4}{9}$
c) $\frac{31}{36}$
d) $\frac{1}{6}$
e) -1
f) $\frac{4}{9}$
g) $-\frac{19}{24}$
h) $-\frac{5}{8}$

4)

a) $2\frac{2}{5}$
b) $1\frac{43}{44}$
c) $-\frac{3}{4}$
d) $1\frac{1}{64}$
e) $\frac{9}{14}$
f) $\frac{3}{13}$
g) -9
h) $1\frac{2}{3}$

5)

a) $\frac{15}{29}$
b) $\frac{23}{58}$
c) $\frac{23}{70}$
d) $\frac{1}{43}$
e) $-\frac{1}{27}$
f) 10

6)

a) $\frac{11}{3}$
b) 1
c) 12

7)

a) $-\frac{5}{2}$
b) $\frac{1}{32}$
c) $1\frac{1}{2}$
d) $1\frac{2}{7}$
e) $1\frac{2}{3}$
f) $1\frac{22}{37}$

Literatura

PETŘÍČEK, Miroslav. *Úvod do (současné) filosofie: 11 improvizovaných přednášek*. Čtvrté, upravené vydání. Praha: Herrmann&synové, 1997.

Iracionální číslo. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2013-11-09]. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Iracion%C3%A1ln%C3%AD_%C4%8D%C3%ADslo

HERMAN, Jiří. *Matematika: sekunda*. 2. vyd. Praha: Prometheus, 2007, 166 s. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-238-0.

Registrační číslo	CZ.1.07/1.5.00/34.0577
Šablona	IV/2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol
Tematická oblast	Opakování a rozšíření učiva ze ZŠ
Název	Racionální a iracionální čísla
Číslo DUM	VY_42_inovace_M1_104
Autor	Mgr. Pavel Nekvinda
Ověřeno ve výuce dne	05. 11. 2013
Předmět	Matematika
Ročník	P1
Anotace, klíčová slova, metodický pokyn	Výklad, řešené ilustrační příklady a příklady s řešením.
Pokud není uvedeno jinak, použitý materiál je z vlastních zdrojů autora.	